



## O Cálculo de Integrais Imediatas na 12.<sup>a</sup> Classe no Instituto Médio Politécnico de Benguela

### The Calculation of Integral Immediate in the 12nd Class in the Institute Medium Polytechnician of Benguela

Júlio Francisco Kulivela<sup>1</sup>  
Manuel Pacheco Tgipalanga<sup>2</sup>

#### RESUMO

O presente trabalho de pesquisa tem como objectivo apresentar fundamentos teórico-científicos e metodológicos sobre a resolução de integrais imediatas através da proposta de acções/estratégias que devem ser aplicadas em sala de aula para facilitar a resolução de integrais imediatas na 12.<sup>a</sup> classe no Instituto Médio Politécnico de Benguela, podendo de certa maneira, proporcionar alguns in put aos actuais e aos futuros Professores. A metodologia predominante é de tipo qualitativa. Usamos os métodos teóricos, com maior destaque ao bibliográfico, ao empírico e ao de observação que serviram na estruturação da metodologia da presente pesquisa. Essas práticas activas, ampliarão as capacidades cognitivas dos alunos, dotando-os de ferramentas básicas para o exercício de suas futuras profissões como técnicos ou engenheiros de distintos cursos profissionais.

**Palavras-chave:** Ensino e aprendizagem. Integrais imediatas. Práticas pedagógicas.

#### ABSTRACT

The present research work has as objective to present theoretical-scientific and methodological foundations about the resolution of integral immediate through the actions/strategies proposal that you/they should be applied in classroom to facilitate the resolution of integral immediate in the 12nd. class in the Institute Medium Polytechnician of Benguela, being able to in a certain way, to provide some imputes to the current and the futures Teachers. The predominant methodology is of qualitative type. We used the theoretical methods, with larger prominence to the bibliographical, to the empiric and the of observation that you/they served in the structuring of the methodology of the present researches. Those practices active, will enlarge the students' cognitive capacities, endowing them of basic tools for the exercise of their future professions as technicians or engineers of different professional courses.

**Keyword:** Teaching and learning. Integral immediate. Pedagogic practices.

<sup>1</sup> E-mail: [franciscokulivela2013@gmail.com](mailto:franciscokulivela2013@gmail.com)

<sup>2</sup> E-mail: [manuelpachecop5@gmail.com](mailto:manuelpachecop5@gmail.com)



## INTRODUÇÃO

A Matemática é uma ciência transcendental, o seu campo de conhecimento é vasto e uma das suas áreas é obviamente as Integrais.

O cálculo diferencial e integral é a mais poderosa ferramenta Matemática da actualidade. Sua descoberta tem contribuído para a evolução de diversas outras ciências, (Melchiores & Soares, 2018).

Segundo Melchiores e Soares (2018:67), o cálculo infinitesimal é o estudo do movimento e da mudança, e antes da sua descoberta, os matemáticos ficavam bastante restritos às questões estáticas de contar, medir e descrever as formas. Com o novo cálculo foi possível que os matemáticos estudassem: “... o movimento dos planetas e a queda dos corpos na terra, o funcionamento das máquinas, o fluxo dos líquidos, a expansão dos gases, forças físicas tais como o magnetismo e a electricidade, o voo, o crescimento das plantas e animais, a propagação das epidemias e a flutuação dos lucros. A Matemática tornou-se o estudo dos números, da forma e do espaço”, (Devlin, 2010, citado por Melchiores & Soares, 2018: 67).

Um dos desafios actuais dos professores de Matemática é o de proporcionar um ensino e aprendizagem do cálculo integral voltado à aplicação prática na ciência e na técnica. Para tal, o primeiro passo passa pelo *cálculo de integrais imediatas*.

O projecto de pesquisa que estamos a levar a cabo justifica-se: Pela complexidade que as Integrais apresentam na sua essência; Pelas dificuldades que os alunos apresentam na resolução de Integrais, a luz das experiências vividas como Professores de Matemática do 2.º ciclo do ensino secundário; Pela aplicabilidade desta temática na resolução de muitos problemas ligados à Física e a engenharia.

Julgamos ser importante investigarmos os principais fundamentos para potenciar os professores de Matemática de conhecimentos científicos e metodológicos, por formas a proporcionarem um ensino de qualidade e ajudarem a colmatar as possíveis dificuldades existentes no seio dos alunos.

Motivados por estas razões, a nossa investigação será orientada pela seguinte hipótese:



- O cálculo de integrais imediatas na 12.<sup>a</sup> classe constitui uma ferramenta básica para os futuros engenheiros.

Para testar a hipótese, propusemos o seguinte objectivo geral: Apresentar fundamentos teórico-científicos e metodológicos sobre a resolução de integrais imediatas. E os objectivos específicos são:

- Analisar a forma como é abordada a resolução de integrais imediatas na 12.<sup>a</sup> classe no Instituto Médio Politécnico de Benguela.
- Propor acções/estratégias a serem aplicadas em sala de aula para facilitar a resolução de integrais imediatas na 12.<sup>a</sup> classe no Instituto Médio Politécnico de Benguela.

Toda investigação necessita duma metodologia que refere-se às concepções teóricas de abordagem da realidade e ao conjunto de técnicas que possibilitam a construção da realidade. Na nossa investigação, pautamos pela pesquisa qualitativa, com enfoque na análise de conteúdo.

## 1. O CÁLCULO DE INTEGRAIS IMEDIATAS NA 12.<sup>a</sup> CLASSE

### 1.1. Breve historial da temática

O aparecimento do cálculo diferencial e integral não foi uma obra do acaso. Segundo Melchiores e Soares (2018), obedeceu um percurso gradual e progressivo tendo como criadores Isaac Newton (1643-1727) e Gottfried Leibniz (1646-1716).

Para se chegar a essa descoberta, a humanidade estuda o assunto há séculos, buscando respostas para problemas de áreas e tangentes, e actualmente, com a contribuição de diversos pensadores, percebe-se que a aplicação do cálculo é muito maior do que inicialmente imaginado. De acordo com Melchiores e Soares (2018), os primeiros registos datam de 1.800 a.C., e desde a antiguidade, grandes nomes, como Arquimedes, Kepler e Fermat, deram sua contribuição ao estudo, até que no século XVII, Newton e Leibniz chegaram, independentemente, a fórmulas para utilizar o cálculo de maneira funcional.



Após Newton e Leibniz, diversas outras personalidades matemáticas trabalharam para lapidar a ferramenta, como os irmãos Bernoulli, L'Hospital, Lagrange, D'Alembert, Cauchy, Weierstrass e Riemann, (Melchiores & Soares, 2018).

Como eles tinham o cálculo para determinar coeficientes angulares de rectas tangentes e também para determinar áreas sob curvas, duas operações geométricas que pareciam não ter relação entre si, o desafio para Newton e Leibniz era demonstrar a ligação que eles sabiam intuitivamente existir. A descoberta desta ligação (chamada de teorema fundamental do cálculo), reuniu os cálculos *diferencial* e *integral*, tornando-os a ferramenta mais poderosa que os matemáticos já obtiveram para entender o universo, (Thomas, 2002:317).

## 1.2. O ensino e a aprendizagem

O ensino e aprendizagem constituem um processo não isolado (está sujeito a influências de vários factores interescolares e extra-escolares), marcado essencialmente por um conjunto de actividades organizadas e orientadas sistematicamente pela escola ou em um estabelecimento similar visando a produção do conhecimento/ciência. De acordo com Gadotti (2002), é a relação dialéctica e activa entre professor e aluno que encerra o processo instrutivo e o educativo que tem como propósito essencial contribuir para a formação integral da personalidade do aluno. Para Pilleti (2002), o ensino e a aprendizagem é uma sequência de actividades sistemáticas, nas quais interactivam o professor e o aluno, com vista a construção, assimilação sólida e consciente de conhecimentos, hábitos e habilidades.

## 1.3. O ensino e a aprendizagem da Matemática

É mais que evidente a contribuição da Matemática para o desenvolvimento da humanidade. O aparecimento de vários problemas e a necessidade de achar caminhos ou vias para que a vida humana na terra pudesse estar cada vez melhor, tal como nos dias de hoje, e o que ainda está por evoluir não seria a mesma, sem os conhecimentos matemáticos adquiridos e aperfeiçoados pelo homem até hoje, (Demo, 1996). Por este facto, o ensino e a aprendizagem da Matemática é e será sempre fundamental, dado seu carácter de desenvolver o raciocínio lógico dos alunos. Ainda assim, não tem sido uma tarefa fácil ensinar e aprender a Matemática pelo facto de muitas vezes ser rotulada como uma disciplina exclusivamente para “alguns”, o que de facto não constitui verdade. A verdade é que quando o foco passa a ser o ensinar e



aprender Matemática, a questão do ensino e da aprendizagem ganha um caráter ainda mais marcante.

Entre as principais teorias de aprendizagem, destacam-se as teorias *behavioristas* ou *comportamentalistas* e as *teorias cognitivas*, cujos precursores procuram compreender e explicar o processo de aprendizagem de forma geral e, particularmente na Matemática, (Demo, 1996).

### 1.3.1. Abordagem behaviorista no ensino-aprendizagem da Matemática

A abordagem behaviorista também conhecida por comportamentalista tem por objectivo analisar os processos de aprendizagem, sem ter em conta os aspectos internos mentais dos sujeitos, focando no comportamento observável. Nessa concepção, segundo Demo, (1996), entende-se que a aprendizagem da criança ocorre por meio de estímulos e respostas, isto é, agentes ambientais que modelam ou moldam o comportamento do indivíduo e o encaminham para uma resposta já determinada ou almejada por meio de aproximações sucessivas.

Apesar de ter vincado e ainda estar presente em muitas realidades dos currículos escolares, entende-se que a concepção behaviorista não responde os desafios da aprendizagem dos dias de hoje, sobretudo quando se pensa no aluno como ser activo e protagonista na construção do conhecimento. Relativamente ao ensino e a aprendizagem da Matemática em Angola, infelizmente a abordagem comportamentalista ou behaviorista como concepção de aprendizagem é muito frequente, já que geralmente a prática pedagógica é marcada pela sequência: definições, exemplos e exercícios dirigidos, muitos exercícios de fixação, dominando as salas de aula. Ou seja, o professor entende que está ensinar ao apresentar as definições, depois os exemplos e uma série de exercícios do mesmo modelo dos exemplos apresentados para os alunos resolverem. O próprio processo avaliativo constitui-se em provas escritas sobre os exercícios padronizados leccionados em sala de aula, com o apoio do livro didáctico, que são abordados em todas as aulas que antecedem as provas com actividades de revisão (aulas de revisão).

Os aspectos referenciados caracterizam o modelo de *ensino tradicional*, onde o professor é visto como mero repassador de conteúdos, delimitando de alguma forma o papel do aluno, impedindo-o de elaborar um raciocínio crítico e independente, tornando-o num agente passivo. Nesta perspectiva, de acordo com Demo (1996), o processo de ensinoaprendizagem fica



reduzido a uma actividade mecânica de repetição de respostas e estruturas que, muitas vezes, encontram-se vazias de significação tanto para o professor como para o aluno.

### 1.3.2. Abordagens cognitivistas/construtivistas no ensino-aprendizagem da Matemática

Diferente da abordagem behaviorista que centra a sua atenção e estudos no comportamento humano, a abordagem cognitivista/construtivista está centrada na análise dos fenómenos da mente, o acto de conhecer, como o homem desenvolve seu conhecimento, como o homem produz conhecimento, acerca do mundo, analisando os aspectos que intervêm no processo estímulo/resposta. Esses aspectos são intrínsecos à Psicologia cognitiva contemporânea cujos precursores são Piaget, Vygotsky, Ausubel e Wallon precursores. Para eles, o conhecimento é e deve ser construído em ambientes naturais de interacção social, estruturados culturalmente.

A concepção cognitivista da aprendizagem é centrada no aluno. O professor assume o papel de orientador – mediador do processo de ensino aprendizagem, o erro não é concebido como um acto de punição, e sim como parte do processo e o modo pelo qual o professor pode verificar como os alunos estão compreendendo os conteúdos estudados. Nessa perspectiva, é possível perceber que o aluno, constrói seu próprio conhecimento num processo de dentro para fora baseado em experiências de fundo psicológico e através de interacções com o meio. De acordo com Guimarães (1992), nesta perspectiva, deve-se realçar também o facto de considerar o conhecimento como *processo* e não como *estado*, isto é, nenhum conhecimento pode ser considerado pronto e acabado, pois está sempre se transformando, em um processo de elaborar e reelaborar conceitos, significados e tendências, não podendo ser simplesmente transmitido entre os indivíduos, e sim construído individualmente por cada aluno ou coletivamente.

O ensino e a aprendizagem da Matemática na abordagem cognitivista/construtivista implica em acções que caracterizam o fazer Matemática, isto é: experimentar, interpretar, visualizar, induzir, conjecturar, abstrair, generalizar e enfim demonstrar, (Guimarães, 1992). É o aluno agindo, diferentemente de seu papel passivo frente a uma apresentação formal do conhecimento, baseada essencialmente na transmissão ordenada de factos geralmente na forma de definições e propriedades.

Entretanto, para Ausubel (1982), a figura do professor aparece como o mediador, realizando acções e interacções no processo de ensino aprendizagem em Matemática,



privilegiando a relação directa do estudado com a realidade através da Etnomatemática, da resolução de problemas, do uso de Jogos e História da Matemática em suas faces e interfaces.

## 2. OS PRINCÍPIOS DIDÁCTICOS NO PROCESSO DE ENSINO APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

O processo de ensino e aprendizagem fundamenta-se de alguma forma em normas que o direcciona, normas essas também conhecidas como princípios didácticos. De acordo com Souza (2009), os princípios didácticos referem-se às normas ou leis que actuam como elementos reguladores ao processo de ensinar, isto é, funcionam como guias para alcançar objectivos estabelecidos através de actividades docente-educativas planificadas.

De acordo com Libâneo (1990), os princípios didácticos são: princípio didáctico de carácter científico; de vinculação da teoria com a prática; de acessibilidade; de visualização; de sistematização e consequência; de consolidação; de formar alunos conscientes, activos e com capacidade de trabalhos independentes; de diferenciação e atenção individual; e de contradição no processo de ensino. A seguir, entendemos descrever os conceitos relacionados a cada um dos princípios didácticos referenciados.

**2.1. Princípio didáctico de carácter científico:** refere-se a um princípio didáctico que tem sua fundamentação na teoria do conhecimento, a qual explica que o mundo é cognoscível e traça o caminho dialéctico do conhecimento, (Libâneo, 1990). O referido princípio exige que: o conteúdo de ensino, os métodos e a estrutura da aula, devem corresponder ao nível das exigências da Matemática Moderna; os alunos devem conhecer os métodos matemáticos de conhecer a realidade; os alunos devem conhecer o processo de aprendizagem da Matemática e suas leis.

**2.2. Princípio didáctico de vinculação da teoria com a prática:** refere-se a ligação entre teoria e prática, no processo de ensino e aprendizagem. De acordo com Libâneo (1990), a referida relação ocorre em vários momentos do trabalho docente. Ou seja, evidenciamos o princípio em causa sempre que acontece a verificação dos conhecimentos e experiências dos alunos em relação ao conteúdo novo, para tomá-los como ponto de partida; a comprovação de que os alunos dominaram os conhecimentos, aplicando-se em situações novas; a demonstração



do valor prático dos conhecimentos; a ligação dos problemas concretos do meio ao conhecimento científico. Pelo que, torna-se indispensável em todo o processo de ensino-aprendizagem.

**2.3. Princípio didático de acessibilidade:** refere-se às condições para que o ensino e aprendizagem esteja ao alcance dos alunos. No entanto, de acordo com Presmeg (2006), não significa que todos devem receber as mesmas condições, mas que todos tenham direito à oportunidade, com segurança, conforme as necessidades específicas de cada um, eliminando barreiras e oferecendo ferramentas que promovam a autonomia dos sujeitos.

**2.4. Princípio didático de visualização:** É uma técnica utilizada para criação de imagens mentais de uma coisa desejada, percebida e acreditada por um indivíduo, (Presmeg, 2006). Portanto, é uma técnica que permite transformar dados complexos em representações visuais compreensíveis.

**2.5. Princípio didático de sistematização e consequência:** trata-se de um princípio que envolve a organização e estruturação do conteúdo e métodos de ensino de maneira lógica e sequencial, facilitando a compreensão e retenção do conhecimento pelos alunos, (Gasparin, et. al, 2022). Pode ser feita numa aula, numa unidade, ou ainda entre as unidades, obedecendo determinadas regras didáticas, tal como ilustra o exemplo de Silva (2024): Do simples ao complexo; do fácil ao difícil; do conhecido ao desconhecido; da imaginação aos conceitos; dos conhecimentos às habilidades; das habilidades aos hábitos; do comum ao particular (de todos para as partes); do particular ao geral.

Portanto, o referido princípio é essencial para o sucesso do processo de ensino-aprendizagem, sobretudo no contexto da educação contemporânea, que exige práticas pedagógicas eficazes e adaptáveis.

**2.6. Princípio Didático da Consolidação:** De acordo com Libâneo (2013), a consolidação é um processo necessário para o fortalecimento e a fixação do conhecimento, sem ela, a aprendizagem pode ser superficial e facilmente esquecido, a prática contínua e a aplicação repetida dos conceitos são cruciais para que os alunos se apropriem do conhecimento de maneira significativa. No contexto do ensino aprendizagem da Matemática, a consolidação assume uma importância ainda maior. De acordo com Vygotsky (1998), a Matemática, por sua natureza abstracta, requer que os alunos passem por um processo contínuo de prática e aplicação dos



conceitos para que possam desenvolver habilidades como o raciocínio lógico e a resolução de problemas, evitando desta forma que o aprendizado da Matemática seja um mero processo mecânico e temporário.

**2.7. Princípio didático de formar alunos conscientes, activos e com capacidade de trabalho independente:** refere-se essencialmente ao desenvolvimento das capacidades mentais e no modo de acção dos alunos no processo de ensino e aprendizagem, potencializando-os no processo de assimilação de conhecimentos, na aquisição de habilidades e hábitos e na capacidade de trabalho independente, (Moreira, 2011). Portanto, exige do professor frequente recapitulação da matéria, exercícios de fixação, tarefas individualizadas para os alunos que apresentam dificuldades e sistematização dos conceitos básicos da matéria numa abordagem mais clara possível.

**2.8. O princípio didático de diferenciação e atenção individual:** Trata-se de um processo pelo qual os professores enfrentam a necessidade de fazerem progredir no currículo cada aluno em situação de grupo, através da selecção apropriada de métodos de ensino, adequados às estratégias de aprendizagem, (Perrenoud, 2001). Ainda para Tomlinson (2004), a diferenciação é uma abordagem ao ensino em sala de aula que proporciona aos alunos múltiplas abordagens para o que vão aprender, como fazer, como expressar o que aprenderam a fim de maximizar as suas oportunidades de aprendizagens. Portanto, é vista como um meio de atenuar as dificuldades dos alunos com necessidades especiais, prevenindo de certa forma o abandono escolar precoce.

**2.9. Princípio didático de contradição no processo de ensino:** É uma abordagem que enfatiza a importância de reconhecer e explorar as contradições inerentes aos objectos e fenómenos estudados. Segundo Libâneo (1990), a contradição surge na sequência da existência de contrariedade e falta de concordância, conformismo nas necessidades de interesses, o que conduz a uma tomada de decisões pessoais e colectivas contrárias nas que completam entre si sobre todo o seu conteúdo. Portanto, trata-se de um princípio fundamental para desenvolver o pensamento crítico e a capacidade de análise dos alunos.

Portanto, os princípios didáticos não são evidenciados isoladamente. A eficácia de um está relacionada a dos outros e vice-versa, pelo que cabe ao professor relacioná-los e aproveitar o potencial de cada um deles para tornar as aprendizagens dos alunos cada vez mais significativas.



### 3. OS MÉTODOS DE ENSINO DA MATEMÁTICA

O ensino aprendizagem da Matemática pode ser um exercício flexível, agradável e sobretudo proveitoso desde que sejam criadas as condições e situações de aprendizagem devidamente planejadas, considerando sempre a participação do aluno, o nível de desenvolvimento no qual o mesmo encontra-se, a relação do conhecimento matemático escolar com as situações que o mesmo vivencia na sua vida e as estratégias ou métodos de ensino utilizados.

Os métodos de ensino da Matemática desempenham um papel fundamental para que o ensino e aprendizagem da Matemática não seja um mero processo mecânico e decorativo. De acordo com Silva (2024), existe três grandes grupos de métodos de ensino da Matemática: Os lógicos, os construtivos e os axiomáticos. Nos lógicos podemos encontrar: o indutivo – parte-se de concreto de partida ou proposições verdadeiras ao abstrato; dedutivo – parte-se de determinados conceitos fundamentais e axiomas, às definições; o sintético-analítico – que segundo Lakatos e Marconi (2002:54), consiste na tentativa de evidenciar as relações existentes entre os fenômenos estudados e outros factores. Os construtivos são aqueles que partindo de definições, os conceitos de translação, rotação compreendem-se de forma construtiva. Os axiomáticos são aqueles que partindo dos axiomas e conceitos básicos a representação geométrica, aos domínios numéricos.

O ensino-aprendizagem do cálculo de integrais imediatas.

O objectivo geral da unidade temática é: Compreender a aplicação das integrais no cálculo de áreas.

E o objectivo específico: Calcular integrais imediatas.

Método e estratégias: Método indutivo. Estratégias: Elaboração conjunta e trabalho independente.

**Definição (Primitiva de uma função):** Uma função  $F(x)$  é chamada de primitiva de  $f(x)$  se,  $F'(x) = f(x)$

Para qualquer  $x$  do domínio de  $f$ . O conjunto de todas as primitivas de  $f$  é a integral indefinida de  $f$  em relação a  $x$ , denotada por:  $\int f(x) dx$ .



$\int$  é o *símbolo de uma integral*. A função  $f$  é o *integrand*o de uma integral e  $x$  é a variável de integração, (Thomas, 2002: 317).

Indicamos isso em notação integral da seguinte maneira:  $\int f(x) dx = F(x) + c$ ,

(Thomas, 2002: 318).

Da definição de uma integral indefinida decorre que

$$(i) \int f(x) dx = F(x) + c \Leftrightarrow F'(x) = f(x)$$

(ii)  $\int f(x) dx$  Representa uma família de funções (a família de todas as primitivas da função integrando) dependendo do valor que a constante de integração ou constante arbitrária  $c$  vai assumir. (Flemming & Gonçalves, 2006, p. 241).

### ***Propriedades da integral indefinida***

***Proposição:*** Sejam  $f$  e  $g: I \rightarrow \mathbb{R}$  e  $K$  uma constante. Então:

$$(i) \int Kf(x) dx = K \int f(x) dx$$

$$(ii) \int (f(x) \pm g(x)) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$$

(Flemming & Gonçalves, 2006: 242).

**Tabela de integrais****Fórmula que a originou**

1.  $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1, n \text{ racional.}$

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{x^{n+1}}{n+1} \right) = x^n$$

$$\int 1 dx = x + C. (\text{caso especial})$$

$$\frac{d}{dx} (x) = 1$$

2.  $\int \sin kx dx = -\frac{\cos kx}{k} + C$

$$\frac{d}{dx} \left( -\frac{\cos kx}{k} \right) = \sin kx$$

3.  $\int \cos kx dx = \frac{\sin kx}{k} + C$

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{\sin kx}{k} \right) = \cos kx$$

4.  $\int \sec^2 x dx = \tan x + C$

$$\frac{d}{dx} (\tan x) = \sec^2 x$$

5.  $\int \csc^2 x dx = -\cot x + C$

$$\frac{d}{dx} (-\cot x) = \csc^2 x$$

6.  $\int \sec x \tan x dx = \sec x + C$

$$\frac{d}{dx} (\sec x) = \sec x \tan x$$

7.  $\int \csc x \cot x dx = -\csc x + C$

$$\frac{d}{dx} (-\csc x) = \csc x \cot x$$

8.  $\int e^{kx} dx = \frac{1}{k} e^{kx} + C$

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{1}{k} e^{kx} \right) = e^{kx}$$

9.  $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C, x > 0$

$$\frac{d}{dx} (\ln x) = \frac{1}{x}, x > 0$$

10.  $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C$

$$\frac{d}{dx} (\arcsin x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

11.  $\int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan x + C$

$$\frac{d}{dx} (\arctan x) = \frac{1}{1+x^2}$$

12.  $\int \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} dx = \operatorname{arcsec} x + C, x > 1$

$$\frac{d}{dx} (\operatorname{arcsec} x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}, x > 1$$

13.  $\int a^x dx = \frac{1}{\ln a} a^x + C, a > 0, a \neq 1$

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{1}{\ln a} a^x \right) = a^x, a > 0, a \neq 1$$

Adaptado de (Thomas, 2002: 319-320).

**Exemplos:** Calcule as integrais baseando-se na tabela de integrais indefinidas:

a)  $\int x^5 dx = \frac{x^6}{6} + c$



$$b) \int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = \int x^{-1/2} dx = 2x^{1/2} + c = 2\sqrt{x} + c$$

$$c) \int \sin 2x dx = -\frac{\cos 2x}{2} + c$$

$$d) \int e^{-3x} dx = -\frac{1}{3}e^{-3x} + c$$

$$e) \int 2^x dx = \left(\frac{1}{\ln 2}\right) 2^x + c$$

$$f) \int \cos \frac{x}{2} dx = \int \cos \left(\frac{1}{2}x\right) dx = \frac{\sin(1/2)x}{1/2} + c = 2 \sin \frac{x}{2} + c$$

(Thomas, 2002: 319-320).

## METODOLOGIA DE ESTUDO

Em função dos objectivos preconizados, optou-se por uma pesquisa do tipo qualitativa, com enfoque descritiva. De acordo com Andrade (2008), a pesquisa qualitativa consiste em estudar as propriedades dos objectos ou fenómenos, visando medir, observar, registar os factos ou fenómenos sem manipular variáveis. Ainda para Bogdan e Biklen (1994), a pesquisa qualitativa é aquela em que a fonte directa de dados é o ambiente natural, constituindo o pesquisador o instrumento principal. Assim, foi feito um levantamento de dados da própria realidade mediante um trabalho de campo que consistiu na observação de aulas, com vista a encontrar elementos que permitam descrever os aspectos teórico-científicos e metodológicos que sustentam a temática em abordagem. Quanto ao método utilizou-se a observação. De acordo com Gil (2002), a observação é um método fundamental na construção de hipóteses, na medida em que o estabelecimento assistemático de relações entre os factos no dia-a-dia é que fornece os indícios para a solução dos problemas propostos pela ciência. O mesmo permitiu obter dados sobre a temática em estudo através das aulas observadas. Para a recolha de dados utilizou-se a grelha de observação de aulas.

### Análise da aula que foi assistida

**Na fase da introdução/Motivação:** o professor fez a saudação normal, apesar de se ter verificado a falta de bom humor por parte do mesmo o que nos levou a não atribuição da qualificação muito bom; quanto a chamada atribuímos a qualificação de muito bom, por ter sido nominal; o controlo da tarefa do dia anterior foi bom, por ter envolvido todos alunos; a orientação aos objectivos da aula foi feita de forma destacada e clara, por isso, atribuímos bom. De forma geral nesta fase evidenciaram-se os princípios de consolidação e de diferenciação e atenção individual.



**Na fase do desenvolvimento:** verificou-se domínio do conteúdo por parte do professor, o que nos levou a atribuir bom; a linguagem Matemática utilizada pelo professor durante a aula foi adequada, por isso, atribuímos bom; a forma como o professor conduziu a aula, permitiu a participação evidente dos alunos durante a aula.

A forma como o professor conduziu a aula, permitiu a participação evidente dos alunos. Por isso, atribuímos a qualificação de bom; quanto a prestação da atenção individualizada, atribuímos a qualificação de muito bom, pelo facto de ter acompanhado com paciência as resoluções individuais dos alunos; no controlo da turma atribuímos bom, porque a actuação do professor permitiu prender a atenção dos alunos durante a aula; quanto ao aspecto educativo, qualificamos com bom, pois, o professor estabeleceu uma boa relação do tema com a vida real dos alunos; sobre a gestão do tempo, atribuímos bom, pelo uso racional. Nos itens referenciados, evidenciaram-se a articulação dos princípios didácticos de carácter científico; de vinculação da teoria com a prática; de acessibilidade; de sistematização e consequência; de formar alunos conscientes, activos e com capacidade de trabalhos independentes e de diferenciação e atenção individual.

**Na fase da avaliação:** quanto a realização da avaliação contínua atribuímos bom, porque avaliou um número significativo de alunos durante a aula; sobre a utilização dos instrumentos de avaliação, atribuímos a classificação bom, pois o professor utilizou fichas avaliativas e cadernetas. Aqui evidenciou-se a articulação dos princípios didácticos de consolidação e de diferenciação e atenção individual.

**Quanto método de ensino utilizadas:** Na semi-participativa classificamos com suf., porque não foi muito notória; e na participativa atribuímos bom, porque evidenciou-se durante a aula. Aqui articularam-se os princípios didácticos de diferenciação e atenção individual e de acessibilidade.

**Manuseamento do material:** O professor usou o quadro e o apagador de forma racional; a orientação à observação dos meios de ensino foi clara e forma sistemática; fez um uso sistemático do manual do aluno. Por isso, atribuímos bom para cada um destes itens. Neste ponto, articularam-se os princípios didácticos de visualização e de carácter científico.

**Na fase da conclusão:** as perguntas de controlo estavam relacionadas ao tema e aos objectivos da aula, por isso, atribuímos nota bom; o resumo da aula foi sintético e objectivo, também



atribuímos bom, a tarefa para casa foi claramente orientada, por isso, atribuímos nota bom; foi notório o cumprimento dos objectivos da aula, por isso, classificamos como bom. Aqui articularam-se os princípios didáticos de diferenciação e atenção individual, de acessibilidade e de consolidação.

**Atitude do professor observado:** quanto as relações humanas com os alunos foram saudáveis, pois o diálogo foi pacífico durante a aula, por isso atribuímos bom; o professor foi criativo durante a aula, por isso, atribuímos bom; quanto ao sentido de autocrítica, o professor apresentou um bom senso de humildade reconhecendo as suas limitações, por isso, atribuímos bom.

## CONCLUSÃO

Após a apresentar dos fundamentos teórico-científicos e metodológicos sobre a resolução de integrais imediatas, chegamos as seguintes conclusões:

1. O cálculo de integrais imediatas na 12.<sup>a</sup> classe no Instituto Médio Politécnico de Benguela foca-se essencialmente no desenvolvimento das capacidades cognitivas e na independência dos alunos em realizarem tarefas de natureza académica e da vida real.
2. O cálculo diferencial e integral é uma das mais poderosas ferramentas matemáticas da actualidade. Sua descoberta tem contribuído para a evolução de diversas outras ciências, tornando-se numa das ferramentas mais poderosas que os matemáticos já obtiveram para entender o universo.
3. Os professores assistidos estão alinhados no ensino da Matemática voltada à resolução de problemas dos distintos cursos técnicos que o Médio Politécnico disponibiliza, pois a sua efectivação leva os alunos a um domínio real de suas profissões, dotando-os de capacidades como a criatividade, o espírito crítico e autonomia no exercício de suas profissões.
4. O presente trabalho de pesquisa apresenta subsídios teórico-científicos e metodológicos sobre a resolução de integrais imediatas através da proposta de acções/estratégias que devem ser aplicadas em sala de aula para facilitar a resolução de integrais imediatas na 12.<sup>a</sup> classe no Instituto Médio Politécnico de Benguela Angola e não só.



---

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Andrade, M. M. (2008). Introdução à Metodologia de trabalho Científico. 6ª ed. S. Paulo: Editora Atlas.
- Ausubel, D. P. (1982). *A aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel*. São Paulo: Moraes.
- Bogdan, R. & Biklen, S. (1994) – Investigação Qualitativa em Educação -Uma introdução à teoria e aos métodos, Coleção Ciências da Educação, Porto: Porto Editora.
- Bardi, J. S. (2008). *A gerra do cálculo*. São Paulo: Record editora.
- Boyer, C. B. (2010). *História da Matemática*. São Paulo: Blucher.
- Demo, P. (1996). *Pesquisa: Princípio científico e educativo*. 4ª ed. São Paulo: Cortez.
- Edwards, C. H. (1979) *História do Desenvolvimento do Cálculo*. New York: New edition.
- Eves, H.( 2004) *Introdução à história da matemática*. Campinas: Unicamp.
- Flemming, D. M. & Gonçalves, M. B. *Cálculo A*. 6ª ed. São Paulo: M. Books, 2006.
- Gadotti, M. (2002). *Convite à leitura de Paulo Freire*. São Paulo: Scipione
- Gasparin, J. L., Moya, P. T., & Arrais, L. L. (2022). Principios Didáticos Para a Organização da Actividade de Ensino: Contribuições da Teoria Historico-Cultural . *Revista Educação e Linguagens*, 23.
- Guimarães, H. (1992). *Concepções, práticas e formação de professores*. In: *IIE (ed.)*. Educação Matemática. Lisboa: IIE.
- Libâneo, J. C. (2013). *Didática*. São Paulo: Cortez Editora.
- Lakatos, E. M.; MARCONI, M. A. (2003). *Metodologia científica*. 3ª ed., 3ª Reimpressão. São Paulo: Atlas.
- Libâneo, J.C (1990). *Didáctica*. Cortez editora. S. Paulo.
- Melchior, A. & Soares, M. Trabalho de graduação. Editora @uniasselvi.com.br
- Piletti, A. (2002). *O professor e a gestão do conhecimento. Profissão mestre*, São Paulo.
- Silva, P. C. (2024). *Material de Apoio de Metodologia de Estudo da Matemática*. ISCED Sumbe-Angola.



- Skinner, B. F. (2009). *Ciência e Comportamento Humano*. São Paulo: Martins Fontes.
- Souza, J.F de. (2009). *Prática pedagógica e formação*. Recife: ed. Universitária.
- Thomas, G. B. (2002). *Cálculo*. Volume 1. São Paulo: Pearson Education.
- Vygotsky, L. S. (1998). *A Formação Social da Mente: O Desenvolvimento dos Processos Psicológicos Puperiores*. São Paulo: Martins Fontes

AUTORIA:

**Júlio Francisco Kulivela**

Mestrando Júlio Francisco Kulivela, do ensino de Matemática do ISCED, CUANZA SUL/ANGOLA, licenciado em Ensino da Matemática pelo Instituto Superior de Ciências da Educação de Benguela, Docente universitário da Academia Naval da Marinha de Guerra Angolana, Professor da Escola de Magistério BG N° 1075, ADPP Benguela.

E-mail: [franciscokulivela2013@gmail.com](mailto:franciscokulivela2013@gmail.com)

País: Angola

**Manuel Pacheco Tgipalanga**

Mestrando Manuel Pacheco Tgipalanga, do ensino de Matemática do ISCED, CUANZA SUL/ANGOLA, licenciado em Ensino da Matemática pelo Instituto Superior de Ciências da Educação de Benguela, Professor da Escola de Formação de Professores Magistério BG 1075, 0038-Catumbela.

E-mail: [manuelpachecop5@gmail.com](mailto:manuelpachecop5@gmail.com)

País: Angola



APÊNDICE

**GRELHA DE OBSERVAÇÃO DE AULAS**

Escola Instituto Politécnico de Bucuquela, Município Bucuquela, Prov. Bucuquela  
Disciplina Matemática Período Manhã Classe 1.º / Horas das 7:30 às 8:15 min  
Tema da aula Cálculo Diferencial e Integral (Exercícios imediatos - exercício)

1.0	PLANIFICAÇÃO DE AULAS	
1.1	Definição dos objetivos	
1.2	Relação objetivos - conteúdo	
1.3	Relação conteúdo - métodos	
1.4	Relação conteúdo - meios de ensino	
2.0	INTRODUÇÃO/MOTIVAÇÃO	
2.1	Saudação - Bem: Falta de bom humor.	
2.2	Chamada - Bem: Fez chamado nominal.	
2.3	Controlo da tarefa do dia anterior - Bem: Envolveu todos alunos na correção.	
2.4	Orientação aos objetivos da aula - Bem: Apresentou e destacou de forma clara.	
3.0	DESENVOLVIMENTO DA AULA	
3.1	Domínio do conteúdo - Bem: Mostrou que domina o conteúdo.	
3.2	Linguagem oral e escrita - Bem: Valorizou-se a linguagem matemática.	
3.3	Grav de participação dos alunos - Bem: Participação máxima durante a aula.	
3.4	Prestação de atenção individualizada - Bem: Contribuiu as resoluções individuais.	
3.5	Controlo da turma - Bem: Focou na média.	
3.6	Aspectos educativos - Bem: Estabeleceu boa relação de tema com a prática.	
3.7	Gestão do tempo - Bem: Foi racional.	
4.0	AValiação	
4.1	Realização de avaliação contínua - Bem: Avaliou os alunos durante a aula.	
4.2	Utilização dos instrumentos de avaliação - Bem: Utilizou fichas avaliativas, cadernos...	
5.0	METODOLOGIAS UTILIZADAS	
5.1	Metodologia semi-participativa - Inf: Não usou muito.	
5.2	Metodologia participativa - Bem: Envolveu-se durante a aula.	
6.0	MANUSEAMENTO DO MATERIAL	
6.1	Utilização do quadro - Bem: Houve racionalização de quadro.	
6.2	Utilização do apagador - Bem: Fez um bom uso.	
6.3	Orientação à observação dos meios de ensino - Bem: Notar se essa orientação clara.	
6.4	Uso do manual do aluno - Bem: Fez um uso sistemático.	
7.0	CONCLUSÃO DA AULA	
7.1	Perguntas de controlo - Bem: Relacionadas ao tema e aos objetivos da aula.	
7.2	Resumo da aula - Bem: Sintético e objectivo.	
7.3	Orientação de tarefa para casa - Bem: Mandou-se e orientou-se claramente.	
7.4	Cumprimento dos objetivos da aula - Bem: Foi claramente notório.	
8.0	ATITUDE DO ESTUDANTE OBSERVADO	
8.1	Relações humanas com os alunos - Bem: Saudável.	
8.2	Criatividade - Bem: Foi notória.	
8.3	Sentido de autocritica - Bem: Bem senso de humildade.	

Data: 22/06/20

O(A) Estudante observado(a) \_\_\_\_\_

O(A) Observador(a)  
\* Manuel Soares Gifelonga  
- Gilio Francisco Paulino