



EMPREGO DO GEOGEBRA NO ENSINO DA GEOMETRIA ANALÍTICA NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA (Angola)

Use of GeoGebra in the teaching of Analytical Geometry in the initial training of Mathematics teachers

Empleo del GeoGebra en la enseñanza de la Geometría Analítica en la formación inicial de profesores de Matemática

Baptista Manuel João

Daniel Fernando Bovolenta Ovigli

Resumo

O presente artigo tem como objectivo propor procedimentos didáctico-metodológicos que contribuam ao processo de ensino-aprendizagem na resolução de equações das cônicas (elipses) com o emprego do software GeoGebra na disciplina Geometria Analítica, tendo em conta como premissa o papel essencial das tecnologias na actualidade. O estudo foi predominantemente qualitativo, no qual se seleccionaram 25 estudantes do primeiro ano da Licenciatura em Educação - Ensino da Matemática e 6 professores do Departamento de Ciências Exactas do Instituto Superior de Ciências da Educação na cidade do Sumbe. O material empírico foi organizado e analisado tendo em conta as fases: a) organização e planificação, b) execução e c) avaliação e controlo das situações didáctica, as quais revelam o percurso da pesquisa na prática pedagógica. Se aplicou questionário aos professores e estudantes seleccionados e entrevista a estes últimos, o que permitiu realizar uma triangulação metodológica dos resultados obtidos. Estes evidenciam que o GeoGebra contribui de forma positiva ao processo de ensino-aprendizagem dos conteúdos geométricos referidos à elipse, tendo em conta que se comprovou que torna mais compreensível o estudo de ditos conteúdos, vinculando de forma mais efectiva a teoria com a prática. Todavia se reconhece a necessidade de continuar aprofundando no emprego deste software para o tratamento didáctico-metodológico de outros temas de interesses na Geometria.



Palavras-chave: Tecnologias informáticas. Ensino da Matemática. Geometria Analítica. Software GeoGebra

Abstract

This article is part of a qualitative research carried out as a partial requirement for obtaining a Master's Degree in Educational Sciences, in the specialty of Teaching Mathematics, from the Higher Institute of Educational Sciences of Sumbe. It aimed to propose didactic-methodological procedures, implemented in didactic situations that contribute to the teaching-learning process of solving conic equations (ellipses) with the use of the GeoGebra software and was developed in the 1st year at the Higher Institute of Education Sciences in Sumbe, Angola. We consider that Geogebra is characterized as an important tool in the teaching and learning process of this discipline, since it seeks to raise motivations in thinking about mathematicians, in addition to this approach contributing to the formation of a vision of Mathematics as a dynamic and socially constructed science. These aspects addressed in the classroom aim to stimulate learning, in addition to enabling better systematization of mathematical content. To carry out the proposal, a qualitative study was necessary, with the design of a didactic sequence evaluated through observations, planning, control and execution. The results and the satisfaction noted in part of the students demonstrated that the class was able to develop learning, establish mathematical relationships and not only, but also realized that through the Software the understanding of other content, in the classroom, provides a more attractive learning and meaningful.

Keywords: Computer technologies. Mathematics teaching. Analytical Geometry. GeoGebra software.

Resumen

El presente artículo tiene como objetivo proponer procedimientos didáctico-metodológicos, que contribuyan al proceso de enseñanza-aprendizaje de la resolución de ecuaciones de las cónicas (elipses) con el empleo del software GeoGebra en la disciplina Geometría Analítica, teniendo en cuenta como premisa el papel esencial de las tecnologías en la actualidad. El estudio fue predominantemente cualitativo, donde se seleccionó 25 estudiantes del primer año de la Licenciatura en Educación - Enseñanza de la Matemática y 6 profesores del Departamento de Ciencias Exactas del Instituto de Ciencias de la Educación en la ciudad de Sumbe. El material



empírico fue organizado y analizado teniendo en cuenta las fases: a) organización y planificación, b) ejecución y c) evaluación y control de las situaciones didácticas; las cuales revelan el trayecto de la pesquisa en la práctica pedagógica. Se aplicó cuestionario a los profesores y estudiantes seleccionados; además, entrevista a estos últimos, lo que permitió realizar una triangulación metodológica de los resultados obtenidos. Estos evidencian que el GeoGebra contribuye de forma positiva al proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos geométricos referidos a la elipse, teniendo en cuenta que se comprobó que torna más comprensible el estudio de dichos contenidos, vinculando de forma más efectiva la teoría con la práctica. En tanto que, se reconoce la necesidad de continuar profundizando en el empleo de este software para el tratamiento didáctico-metodológico de otros temas de interés en la Geometría.

Palabras clave: Tecnologías informáticas. Enseñanza de las matemáticas. Geometría analítica. Software GeoGebra.

1 Introdução

As Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) têm assumido um papel significativo no ambiente educacional, auxiliando aos académicos para uma melhor assimilação e socialização de conteúdos. A educação e as TICs são indissolúveis, quando bem utilizados provocam alterações dos comportamentos de professores e alunos, levando assim à possibilidade de maior êxito à prática pedagógica.

Na busca de um ensino-aprendizagem da Matemática significativo, o uso das TICs é uma importante possibilidade na atualidade, relacionada com o cotidiano dos alunos e formador de conceitos construtivos e desenvolvimento de habilidades, em particular refere-se ao uso de tecnologias digitais e softwares educativos na disciplina Geometria Analítica.

Assim, no contexto internacional, existem trabalhos que abordam o ensino da Geometria com ferramentas computacionais, como os de Gravina (1996), Bravo (2005), Morelatti e Sousa (2006), Medeiros (2011), Oliveira e Chaves (2011), Andrade (2012), entre outros, citados por estes mesmos autores. Todos defendem o uso de ferramentas computacionais no ensino da Matemática e, em especial, de softwares de Geometria



Dinâmica para aprendizagem da Geometria. Ao respeito, Oliveira e Chaves (2011), salientam que:

As acções de exploração de conteúdos geométricos com a utilização destas ferramentas computacionais possibilitam criar condições para que o aluno aprenda fazendo investigações. O aluno pode conjecturar, testar, analisar, a partir do qual fazer uma conclusão do conteúdo e conceito que está sendo explorado com o programa, sendo isso um estímulo para que aconteça uma evolução no seu pensamento geométrico (p. 12).

Os mesmos autores ainda defendem que, com o uso destas ferramentas, o professor poderá promover no aluno uma superação em relação à visualização de conceitos e propriedades geométricas na medida em que realize as construções.

Não obstante o uso de ferramentas de Geometria Dinâmica já ter sido alvo de várias investigações, no contexto de Angola precisamente não ocorre como em outros países de língua portuguesa como Portugal e Brasil. No contexto da escola angolana o uso destas ferramentas computacionais no processo de ensino está muito distante, a maioria não conta com estes recursos e as que os têm não contam com professores suficientemente preparados para a inserção destas no processo de ensino.

Justamente o emprego das TICs propicia o desenvolvimento de capacidades, habilidades, destrezas e competências num entorno colaborativo e participativo na chamada sociedade do conhecimento. Portanto não é somente importante e imprescindível a incorporação das TICs no processo educativo, senão potenciar cada vez mais o emprego metodológico dos recursos informáticos que possui o professor para incorporar-lhes de forma eficiente no processo de ensino- aprendizagem.

Para Novello (2018) a utilização das TICs requer do docente a construção de conhecimentos técnicos e pedagógicos para que exista interacção entre o computador e a sua disciplina, tendo como finalidade mudar o actual paradigma de ensino tradicional para ambiente de ensino-aprendizagem significativo, no qual o aluno seja o construtor do seu próprio conhecimento.

Recentemente, no contexto de Angola, se pretende a utilização do *software* GeoGebra no processo de ensino-aprendizagem da disciplina Matemática nos diferentes



níveis educativos. Inicialmente se constituiu o Instituto de GeoGebra de Angola “que prevê a replicação das acções de formação aos professores dessa disciplina a nível das 18 províncias do país” (JORNAL DE ANGOLA, 09/09/2019).

No acto de encerramento do 3º Espaço Pan-Africano de Educação Matemática (PAMES-2019) a Ministra de Educação, Ana Paula Elias, enfatiza a necessidade de continuar os esforços para a formação de professores competentes e de qualidade e a importância de elaborar e publicar obras científicas avançada, no domínio das ciências matemáticas¹.

Em correspondência os Institutos Superiores de Ciências da Educação (ISCED), como instituições de Ensino Superior para a formação profissional pedagógica em Angola, têm desempenhado grande papel, contribuindo a alcançar habilidades profissionais pedagógicas e os níveis de competências desejados e, conseqüentemente, contribuir à melhoria da qualidade do Sistema de Educação e Ensino de forma geral e, em particular, a alcançar um maior nível técnico-pedagógico e organizacional dos profissionais caracterizado pela postura activa, reflexiva, crítica, auto transformadora no contexto de actuação.

Nesta direcção o modelo do profissional da Licenciatura em Educação - Ensino da Matemática se projecta atingir um professor de Matemática que se encontre ao nível destes tempos, com a formação e preparação adequadas para o desempenho nos diferentes subsistemas educativos do país. Neste sentido, o currículo está desenhado com as disciplinas matemáticas que garantem elevadas competências profissionais a partir dos avanços do conhecimento e pesquisas actuais no campo da Ciência e da Didáctica da Matemática.

Entre as disciplinas que constituem um núcleo essencial no plano curricular vigente da Licenciatura em Ciências da Educação – Ensino da Matemática nos ISCEDs se encontra a disciplina Geometria Analítica, de grande importância do saber matemático tendo em conta que forma parte da preparação e competências de que precisam os futuros professores de Matemática. Esta tem como objectivos gerais: “[...] a apropriar-se de um conjunto de conhecimentos, habilidades e saberes relacionados com a vida quotidiana, resolver certos tipos de problemas a partir das análises de

¹ Tomado em 4 Dezembro de 2019 de <https://www.m.portalangop.co.ao>



elementos ou figuras geométricas e estabelecer a combinação de linguagem algébrica para geométrica e vice-versa”.

A Geometria Analítica é a disciplina que viabiliza a ligação entre a Geometria e a Álgebra, por via de equações, e o professor tem de trabalhar o entendimento de figuras geométricas e vice-versa, relegando a simples apresentação de equações sem explicações fundadas no raciocínio lógico, ao evitar excesso de memorizações de fórmulas.

A Geometria Analítica actua como suporte conceitual e de linguagem para diversos blocos temáticos a tratar, tais como cálculo em uma e várias variáveis, álgebra linear, equações diferenciais, modelização matemática que tem múltiplas aplicações em diversas áreas do desenvolvimento da humanidade, a exemplo da Topografia, Física, Biomatemática, Astronomia, Engenharia, Arquitetura, Arqueologia, Cartografia, Sociologia, Geografia, Economia, Logística, etc.; e está presente na formação básica de profissionais de diversos campos. Por tal razão, é um ramo da Matemática que deve fazer parte dos currículos da formação de professores.

A partir da pesquisa realizada pelos autores do presente artigo se constata que, no cenário angolano, o uso do computador no processo de ensino-aprendizagem não constitui uma prática sistematizada. Contudo, nos últimos anos, foram encontrados trabalhos que propõem o uso do computador no ensino da Matemática em diferentes escolas da região, em todos os casos com a utilização do GeoGebra na abordagem de conteúdos, tais como: para o ensino de conceitos fundamentais da trigonometria na 11^a classe (GABRIEL, 2013); para o tratamento dos sistemas de equações lineares na 9^a classe (GANDO, 2013); o estudo do grupo de teoremas de Pitágoras na 8^a classe (SILVA, 2013) e o estudo da Geometria na 6^a classe (MANUEL, 2013). Todos estes autores utilizaram o *software* GeoGebra como meio de ensino e ferramenta de trabalho no processo de ensino aprendizagem da Matemática do Sistema de Ensino Primário e/ou Secundário em áreas específicas e com resultados positivos, com contribuições à melhoria da aprendizagem.

Entretanto existem limitações enquanto a sua utilização ou outra tecnologia informática na própria formação de professores de Matemática no cenário angolano e, em particular, no Instituto Superior de Ciências de Educação (ISCED) na cidade do



Sumbe, província Cuanza Sul; que se evidencia pela ausência ou pouca sistematicidade no uso das tecnologias informáticas no processo de ensino-aprendizagem. Essa situação se constata tanto na atividade didáctica do professor, como no trabalho independente do estudante e, portanto, existe insuficiente aproveitamento pelos docentes das possibilidades que brindam diferentes ferramentas informáticas como meios de ensino-aprendizagem.

Neste contexto, se identificou a necessidade de contribuir ao desenvolvimento de habilidade na resolução de equações das cônicas nas elipses para os estudantes, futuros professores de Matemática angolanos, tendo em conta as dificuldades que apresentam quando ingressam ao Ensino Superior e se enfrentam ao estudo da Geometria durante os primeiros anos, tais como: limitações com relação à visualização espacial, domínio de conceitos, visualização, compreensão da conversão entre os registros algébrico e gráfico, entre outros.

Os conteúdos sobre as elipses fazem parte das secções cônicas. Os estudantes do 1º ano do Ensino Superior normalmente já têm conhecimento da elipse em forma introdutória, construídos no último ano do II Ciclo do Ensino Secundário no qual são abordados, com base no programa e de uma forma inicial.

A apresentação das equações com o centro na origem $(0,0)$ do sistema de coordenadas e os gráficos da elipse já no 1º ano do Ensino Superior torna-se mais abrangente na abordagem, começando com o conceito de elipse seguido da demonstração da origem da equação da própria elipse, a representação gráfica com rigor, bem com os seus elementos fundamentais e o tratamento de outras elipses cujo o centro é em um ponto $c(h,k)$ fora da origem do sistema coordenadas cartesianas. O estudo deste visa ao estudante ter uma capacidade de abstração espacial, pois permite relacionar a Álgebra e o conhecimento de geometria para poder então representar graficamente a própria elipse bem como os seus elementos fundamentais.

Na representação da sua equação e o gráfico, o estudante deve usar combinação de conhecimentos algébrico e geométrico, e nem sempre é representado pelos estudantes com rigor em seus gráficos no caderno, com emprego de régua/esquadro e compasso. Para o tratamento do conteúdo relativo às elipses é preciso utilizar meios de



ensino adequados, como requerimento se necessita do uso das tecnologias informáticas, acessórios e outros recursos didáticos para a representação gráfica da elipse.

Tendo em conta as próprias particularidades do sistema de conhecimento relacionados com o estudo das cônicas e os níveis de desenvolvimento de habilidades que se requer, é preciso ter em conta no desenho de situações didáticas o emprego de *softwares* dinâmicos que possibilitem melhorar a resolução de problemas, fazer interpretações gráficas a partir do analítico e vice-versa e perceber a proximidade entre o real e o abstrato, a relação entre a Geometria e a Álgebra.

Com certeza, o futuro profissional não pode estar alheio ao uso das tecnologias, por isso, a intenção do presente artigo é apresentar uma proposta de procedimentos didático-metodológicos que contribuam à utilização do GeoGebra na disciplina Geometria Analítica, em particular na resolução de equações das cônicas nas elipses em estudantes do primeiro ano na Licenciatura em Educação - Ensino da Matemática do Instituto Superior de Ciências da Educação de Cuanza Sul.

2 O processo de ensino-aprendizagem da Geometria analítica com o emprego das TIC's: o software GeoGebra

Os *softwares* educativos representam uma opção inovadora e interessante para o processo de ensino-aprendizagem da Matemática, podendo ser utilizados em variadas aplicações, tais como: simulações de situações em contexto real, raciocínio lógico e autonomia, ao possibilitar aos alunos a formulação de hipóteses, inferências e tirar as suas próprias conclusões (BONA, 2009). Unido à afirmação, os *softwares* educativos podem auxiliar os académicos com a visualização de conceitos e procedimentos geométricos.

O GeoGebra é um *software* da Geometria Dinâmica que tem amplas possibilidades no processo de ensino-aprendizagem da Matemática, visto que pode auxiliar na resolução de construções de figuras, em actividades investigativas, de forma que os estudantes possam interagir com as figuras construídas.

Para Godemberg e Cuoco (1998), o termo Geometria Dinâmica foi inicialmente usado por Nick Jackiw e Steve Rasmussem, de forma genérica, com o objectivo de apresentar a diferença entre *software* de Geometria Dinâmica e outros *softwares* de



Geometria. Os *softwares* de Geometria Dinâmica possuem um recurso que possibilita a transformação contínua em tempo real, ocasionada pelo arrastar. O que diferencia um *software* de Geometria Dinâmica dos demais é a possibilidade de “arrastar” uma figura construída utilizando o mouse.

Se consideram *softwares* de geometria dinâmica (SGD) aqueles que permitem construir e manipular objetos geométricos na tela do computador (SILVA; PENTEADO, 2009). Estes *softwares* possibilitam aos alunos realizar investigações sobre propriedades geométricas de diversas figuras que dificilmente os mesmos alunos poderiam observar se o professor utiliza unicamente o quadro e o giz.

Os estudantes podem efectuar construções de figuras apropriando-se do recurso de um *software* (SW) de Geometria Dinâmica, em vez de usualmente como fazem com a régua e o compasso, os quais não os permitem interagir com o desenho, por serem estáticos.

Esta manipulação proporcionada pelo *software* possibilita que o estudante construa objetos geométricos e realize vários testes, ao passo que a construção de objetos geométricos pelas ferramentas tradicionais (régua e compasso) permite apenas um teste (ISOTANI; BRANDÃO, 2006). O uso do *GeoGebra* permite aos estudantes contrastar os seus resultados e também autoavaliar-se, para a posterior, o professor verificar e valorizar como compreenderam os procedimentos necessários para realizar a construção correspondente.

O *GeoGebra* possui uma interface amigável que facilita a criação de construções matemáticas e modelos que permitem explorações interactivas, arrastando objetos e alterando parâmetros. Primeiramente, caso o usuário não tenha o *software*, é preciso instalá-lo, baixando-o gratuitamente no site www.geogebra.org.

O aplicativo permite, a partir de um desenho construído, explorar as suas propriedades por meio de alterações que são realizadas por meio do computador, sem modificar as propriedades geométricas.

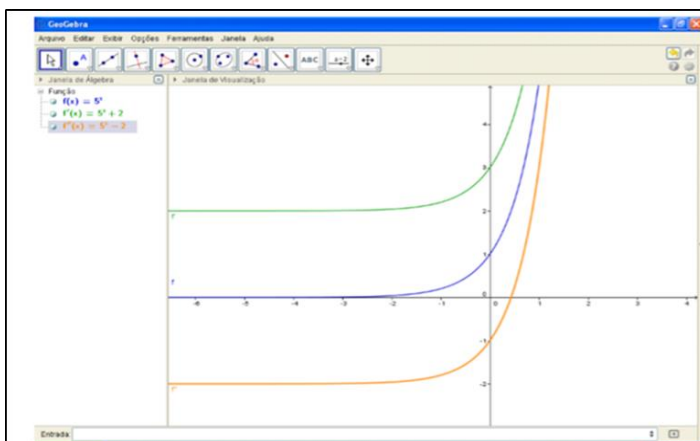
Por essa principal característica de um único desenho se transformar em várias outras opções sem perder suas propriedades geométricas é que o *GeoGebra* foi considerado também de um *software* de Geometria Dinâmica. Permite a construção de



superfícies tridimensionais, gráfico de funções de duas variáveis e sólidos geométricos.

Um exemplo se mostra na Figura 1.

Figura 1 - Imagem da representação das funções exponenciais com o uso do GeoGebra.



Fonte: O autor

De acordo com Andrade (2012), o *GeoGebra* foi elaborado a fim de se obter uma ferramenta para o auxílio no ensino de procedimentos algébricos e geométricos, como um meio inovador e dinâmico. Além disso, ele também oferece suporte à entrada de coordenadas e equações, associando-as.

Silva e Gomes (2015) analisam que a utilização do *GeoGebra* se justifica por ser diferente das aulas rotineiras e tradicionais, visto que o dinamismo e a interatividade do programa atraem a atenção do aluno e fazem com que este se envolva mais com o que fora proposto ao ensino, interaja, aprenda e indague cada vez mais o professor.

O emprego deste SW educativo permite aplicar métodos da Matemática para resolver problemas do mundo real, de forma inovadora e rápida. Além disso, permite ao estudante vivenciar experiências, interferir, incentivar e construir o próprio conhecimento. A participação do docente no processo de ensino e aprendizagem é relevante para permitir que o acadêmico propicie o desenvolvimento de habilidades e valores nos estudantes.

O *software GeoGebra* possui amplas vantagens no processo de ensino e aprendizagem da Geometria, dado que permite:

- A exploração visual das figuras construídas, o que não é possível com as figuras estáticas feitas com régua e compasso;



- Facilidade do aluno em construir as figuras com o recurso do *software*;
- Permite que os dados sejam alterados graficamente, mantendo as características da construção (Geometria Dinâmica);
- Aumenta o poder de argumentação do aluno através do processo de arrastar as figuras pela tela do computador, fazendo os sucessivos testes. (BROCARD, 2005)

Segundo Cotic (2014) é fundamental que o docente sustente uma atitude reflexiva em relação à inclusão do GeoGebra, para isso deve tratar de: detectar os enganos generalizados no uso do programa, visualizar o desenvolvimento das competências básicas, obter informação sobre os conhecimentos não adquiridos, promover a discussão sobre o melhor caminho didático, fundamentar a proposta ante outros, fomentar o trabalho colaborativo, investigar as distintas opções do programa: gráfico, geométrico, analítico; utilizar estratégias de ensino adequados à incorporação das ferramentas que brinda o GeoGebra, otimizar seu próprio estilo de aprendizagem, produzir situações de aprendizagem criativas em equipas e individuais, transferir experiências entre pares e os próprios estudantes e colaborar com o plano de actividades.

Aproveitar as amplas possibilidades do GeoGebra, é particularmente importante durante o percurso do estudo das secções cônicas. Como parte das secções cônicas, se estudam as elipses, no programa da disciplina Geometria Analítica que consta na Unidade nº V “Secções cônicas”, que precede o estudo da circunferência dada na Unidade IV. Entre objetivos fundamentais da Unidade V se encontram: representar as equações das cônicas, identificar tipos de secções cônicas, representar as secções cônicas num sistema cartesiano com os todos seus elementos.

A utilização deste *software* na construção das cônicas pode ser feita das distintas formas, por meio da utilização da Barra de Ferramentas, por meio do Campo de Entrada e por meio da Zona Gráfica. No entanto o professor optará por escolher a forma que estiver de acordo com a sua planificação, em correspondência com os objetivos traçados.

As cônicas (elipses), na sua construção utilizando a Barra de Ferramentas, torna-se um processo simples, o professor deverá destacar em primeira instância os elementos

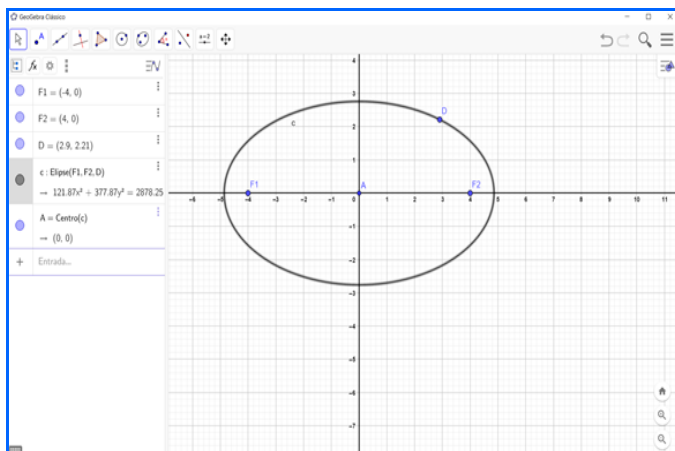


fundamentais dessas figuras: focos, eixos maior e menor, distância focal, vértices, outros.

A construção da elipse com o GeoGebra pela utilização da Barra de Ferramentas é semelhante com a construção da cônica Hipérbole. Para tal, deve-se definir três pontos no GeoGebra, sendo dois pontos correspondendo aos focos e um pertencente à curva. Em seguida vá para a Barra de Ferramentas, selecciona a opção que possui as cônicas, Elipse ou Hipérbole de acordo com o que o usuário deseja construir. Colocando o cursor na zona gráfica, selecciona dois pontos que serão os focos e depois um ou outro que pertencera a cônica escolhida. Um exemplo se mostra na Figura 2.

A utilização do processo com a Entrada de Comando, o professor terá a oportunidade para fazer uma análise com os seus alunos entre as equações e os gráficos de cada cônica, possibilitando a eles verificar as mudanças na forma ou posição das figuras de acordo com as mudanças feitas em suas equações.

Figura 2- Imagem de uma Elipse construída com o software GeoGebra

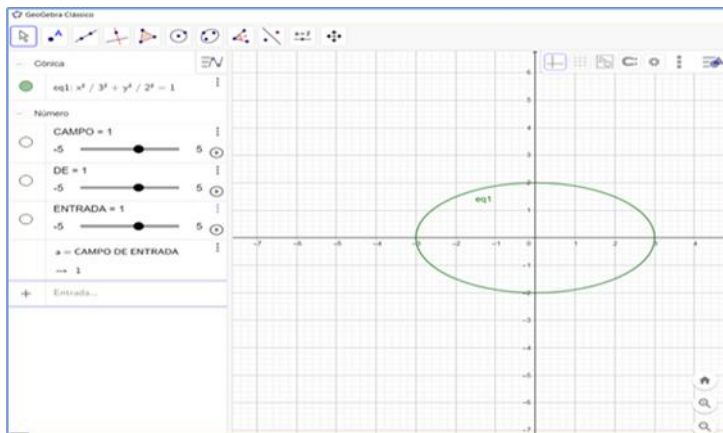


Fonte: O autor

Para construir uma cônica pela Entrada de Comando é um processo simples, necessita digitar apenas a equação correspondente a cônica que pretende construir e em seguida dar um ENTER, tal como aparece na Figura 3 para a construção de uma elipse.



Figura 3- Imagem de uma elipse a partir do Campo de entrada.



Fonte: O autor

A utilização do GeoGebra na construção das cônicas por meio da Zona Gráfica busca-se, a partir de pontos determinados, modelar as figuras. O uso deste artefacto possibilita ao professor uma visualização rápida nas mudanças feitas e nas figuras criadas, permitindo-lhe mostrar uma variedade maior de exemplos. Segue-se os passos para construção da elipse:

- Construa uma circunferência de centro C que será um dos focos da elipse;
- Determine um ponto F (foco) qualquer no interior da mesma;
- Determine um ponto D na circunferência;
- Trace um segmento do ponto F (foco) até o ponto D;
- Determine o ponto médio M do segmento FD (Chama-se ponto médio o ponto que divide o segmento de recta exatamente no meio tendo dois novos segmentos iguais);
- Trace um recta perpendicular ao segmento FD que passa pelo ponto médio M;
- Habilite o rastro da reta perpendicular e anime o ponto D.

Tendo em conta os aspectos analisados resulta essencial durante o estudo dos conteúdos geométricos combinar o emprego dos entornos de “lápiz e papel” e a utilização da tecnologia, neste caso o GeoGebra. Unido a esta ideia, há necessidade de conceber procedimentos didáctico-metodológicos que contribuam à utilização do



GeoGebra, na disciplina Geometria Analítica, em particular na resolução de equações das cônicas nas elipses.

3 Metodologia

Este estudo se desenvolveu por meio de uma abordagem predominantemente qualitativa. Tendo em conta as características do método qualitativo elencados por Bogdan e Biklen (1994) este tipo de pesquisa tem o ambiente natural como sua fonte directa de dados e o pesquisador como seu principal instrumento, os dados colectados são predominantemente descritivos, interpretativos e a análise dos dados tende a seguir um processo indutivo.

Especificamente se seleccionou uma amostra intencional para este estudo que se corresponde com 25 estudantes correspondentes ao subgrupo “A” do primeiro ano da Licenciatura de Ciências da Educação - Ensino da Matemática do ingresso ano 2020 e seis professores da área de Matemática (dos 13 que lecionam no Curso correspondente) do Departamento de Ciências Exactas.

Os estudantes do subgrupo “A” de primeiro ano têm idade compreendida entre 18 e 26 anos. Enquanto a género, deles são seis (6) femeninos e dezanove (19) masculinos. A selecção dos estudantes obedece aos seguintes critérios:

- Em primeiro ano cursam a disciplina Geometria Analítica, que é anual; portanto, neste contexto permite dar seguimento ao diagnóstico pedagógico dos estudantes (a construção dos conhecimentos, desenvolvimento de habilidades) de forma sistemática.
- A disposição dos estudantes a colaborar na pesquisa, na resolução dos exercícios e problemas com o emprego do GeoGebra, face às condições existentes no próprio processo de ensino-aprendizagem da Geometria Analítica na prática pedagógica.

A escolha por desenvolver a pesquisa em 1º ano justifica-se pelo contexto de ser uma classe que é inicial na graduação, e é nela em que se aprofundam os conhecimentos vistos no segundo ciclo e que serve de base para os anos posteriores nas disciplinas como Geometria descritiva, Geometria Diferencial e Equações Diferenciais.



Foram seleccionados 6 professores de Matemática que têm lecionado disciplinas na área de Geometria do Departamento de Ciências Exactas. Estes têm conhecimento e experiência do diagnóstico da aprendizagem dos estudantes no primeiro ano, que difere substancialmente em quanto a nível de desenvolvimento de anos superiores.

Entre os dados pessoais dos professores, se destaca que estes têm idade compreendida entre 40 e 61 anos, todos são masculinos e têm entre 8-39 anos de experiência na Educação Superior (ES).

Em quanto à categoria docente, um deles é Professor Titular, um é Professor Auxiliar, um é Professor Assistente e dois são Professores Assistentes Estagiários. Dois professores têm categoria científica de Doctor e um professor é doutorando. Em relação à categoria académica, um é Mestre em Ensino da Matemática e três professores estão cursando Mestrado.

Se aplicou aos professores mencionados um instrumento tipo questionário, constituído por nove perguntas abertas e fechadas, com o propósito de conhecer a opinião que têm em quanto à utilização do GeoGebra no processo de ensino-aprendizagem (PEA) nas disciplinas de Matemática, tendo em conta os seguintes indicadores: utilização das tecnologias no processo de ensino-aprendizagem, emprego didáctico do GeoGebra no PEA dos conteúdos geométricos, assim como fazer uma exploração acerca do grau de interesses que têm os professores por receber preparação neste sentido. Com respeito às habilidades relacionadas com a apropriação das ferramentas tecnológicas, tomou-se em conta a utilização que fazem os professores dos meios tecnológicos, assim como as habilidades cognitivas com as que contam para o manuseio das TICs.

Os resultados obtidos constituíram um ponto de partida para identificar a necessidade de utilizar com maior sistematicidade este *software* com amplas vantagens no processo de ensino-aprendizagem da Geometria Analítica (PEA-GA). Portanto, para cumprir com este propósito, foi fundamental aprofundar no tratamento didáctico-metodológico da disciplina na incorporação do GeoGebra no PEA-GA, que partiu da determinação das necessidades e potencialidades dos estudantes como base para desenhar situações didácticas que seguem uma sequência e estão estruturadas e



articuladas segundo os subsistemas didático-metodológico e o subsistema tecnológico propriamente.

No contexto da presente investigação se teve em conta as seguintes fases: *a) a organização e planificação, b) execução e c) avaliação e controlo das situações didáticas na prática pedagógica* (no PEA-GA).

a) **Organização e planificação:** inicialmente procedeu-se à análise do Plano de Estudo da Licenciatura em Ciências da Educação - Ensino da Matemática, o Programa da Unidade Curricular Geometria Analítica para caracterizá-lo, determinar as possibilidades que têm para incorporar coerentemente o *software* GeoGebra nas diferentes formas de organização do processo na Unidade 5: Secções Cônicas (elipses) e, desta forma, sistematizar seu uso com o objectivo de atingir melhores resultados em quanto ao desenvolvimento das habilidades previstas na disciplina.

No entanto, se realizou um levantamento do estado da aprendizagem na resolução de exercícios e/ou problemas de equações das cônicas (elipses), com o objectivo de conhecer o domínio que tem os estudantes para o desenvolvimento de exercícios e/ou problemas de equações das cônicas (elipses), se indiram duas actividades nas quais tenham que traçar elipses dado um ponto e segmentos de recta com emprego de régua e compasso; e posteriormente com o emprego do GeoGebra. Os resultados mostraram que os estudantes executaram os procedimentos muito mais rápido e com um nível de precisão maior.

Tendo em conta os resultados obtidos no diagnóstico aplicado aos estudantes, procedeu-se a desenhar situações didáticas que transitassem desde o nível de familiarização e formação propriamente das habilidades, até a aplicação de conhecimentos da elipse em problemas quotidianos.

Se teve em conta para a incorporação do GeoGebra a existência de 8 (oito) computadores e 2 (dois) tablets, disponíveis na sala de aula. Portanto, se pode dizer que existem as condições criadas para incorporar este *software* no PEA na disciplina Geometria Analítica, em quanto aos meios informáticos necessários. Além disso, se prevê a instalação prévia do *software* e o programa Java nos equipamentos.

b) **Execução:** As situações didáticas planificadas se aplicaram nas aulas correspondentes à Unidade 5: Secções Cônicas (elipses) do plano da disciplina, com um



total de 10 aulas (delas, 4 Aulas Teóricas-Práticas e 6 Aulas Práticas) - especificamente, se inserem nas Aulas Práticas.

Durante a execução se aplicou um questionário aos estudantes deste subgrupo constituído por seis perguntas, para conhecer o nível de motivação e interesses que têm na incorporação das tecnologias, com ênfases no emprego do *software* GeoGebra na disciplina Geometria Analítica no que se refere às equações das elipses; e uma entrevista ao grupo para identificar possíveis dificuldades que apareçam no percurso das actividades desenvolvidas e dar solução de forma oportuna a elas; além disso para corrigir ou retificar algumas acções, incorporar outras que não estão projectadas, entre outros elementos, visando a melhorar os procedimentos didáctico-metodológicos na incorporação do *software* GeoGebra no PEA-GA.

Para a elaboração dos instrumentos se teve em conta como ponto de partida o estudo das características que tipificam o Plano de estudo da Licenciatura em Educação, Ensino da Matemática; do Programa de Geometria Analítica, para fazer um levantamento das particularidades do processo de ensino-aprendizagem das secções cônicas na Geometria Analítica para conhecer as possibilidades da incorporação coerente das tecnologias e em particular do *software* GeoGebra no processo de ensino-aprendizagem (PEA) desta disciplina nas diferentes formas de organização do processo.

c) Avaliação e controlo: O próprio inquérito aplicado aos estudantes constituiu elementos de avaliação e de controlo para este estudo, em quanto à efectividade dos procedimentos didáctico-metodológicos desenhados, contidos nas situações didácticas aplicadas na prática pedagógica. O processo de avaliação da aprendizagem correu de forma oral e escrita (teórico-prática) na resolução dos exercícios e problemas concebidos nas situações didácticas.

4 Análises e discussão dos resultados

Tendo em conta a natureza do processo de ensino-aprendizagem da Geometria com o emprego do *software* GeoGebra, e contextualizando-o à presente investigação os critérios dados por Padilla (2014), se tem em conta dois subsistemas: um **subsistema didáctico-metodológico** e um **subsistema tecnológico** propriamente.



O subsistema didático-metodológico está integrado pelos procedimentos didático-metodológicos que garantem a utilização das ferramentas necessárias do GeoGebra nos conteúdos da Geometria Analítica, que se combinam com outros meios de ensino para atingir os objectivos traçados. Para sua concretização, os autores do presente artigo consideraram as seguintes acções fundamentais:

- Identificar os conteúdos do Programa que serão abordados com o emprego do GeoGebra, neste caso se refere á abordagem das equações das cônicas (elipses).
- Seleccionar as ferramentas adequadas (Comandos fundamentais da Barra de Ferramenta e Campo de entrada na tela do GeoGebra) que se requer de acordo com os objectivos e conteúdo a abordar, objecto de análise para seu emprego.
- Projectar cómo utilizará as possibilidades que oferece o *software* tendo em conta as particularidades das formas de organização e as aulas planificadas no desenvolvimento da disciplina Geometria Analítica e do tema correspondente.
- Desenhar situações didáticas, tarefas docentes ou outras, em entorno de “de lápis e papel” e com o emprego do GeoGebra que transitam desde o nível de familiarização e formação propriamente das habilidades até aplicação de conhecimentos da elipse em problemas quotidianos.
- Comprovar de forma prática as actividades programadas para eliminar, corrigir ou minimizar erros ou barreiras que se possam apresentar, prévio à sua aplicação na prática pedagógica.

É importante destacar que o professor necessita desenhar as situações didáticas tendo em conta o diagnóstico dos estudantes (necessidades e potencialidades dos estudantes, em particular da aprendizagem de conteúdos considerados preliminares para o estudo mais aprofundado das cônicas) para o desenvolvimento dos exercícios e/ou problemas orientados seguindo a sequência didáctica correspondente.

Os procedimentos didático-metodológicos se subordinam às ferramentas necessárias do subsistema tecnológico correspondente ao GeoGebra que se combinam com outros meios de ensino para alcançar os objectivos traçados.

Segundo Zabala (1998) sequência didáctica é “um conjunto de actividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais,



que tem um princípio e um fim conhecidos tanto pelo professor como pelos seus alunos” (p. 18).

Com base ao autor anterior, Evangelista (2013) contextualiza sua definição para o educador matemático ao referir que:

sequência didáctica é um conjunto/grupo de atividades/tarefas/situações didáticas em ordem crescente de complexidade, sejam elas disciplinares, transdisciplinares ou interdisciplinares, construídas reflexivamente pelo professor (e até mesmo pelo aluno) que, ao estabelecer relações com o conhecimento pedagógico do conteúdo, institui uma ordenação, estruturação e articulação entre as atividades/tarefas/situações didáticas com as alternativas (tendências) metodológicas da Educação Matemática para a realização de certos objetivos educacionais, que tem um princípio e um fim conhecidos tanto pelo professor como pelos seus alunos (p. 69-70).

Precisamente a definição anterior contém os elementos que caracterizam de forma pertinente as situações didáticas desenhadas na presente investigação. A esse respeito, Brousseau (1998) expõe que a *situação didáctica* é um dos elementos que propicia a relação do professor com o aluno. Chama à situação didáctica como conjuntos de relações explícita ou implicitamente estabelecidas entre um aluno ou um grupo de alunos, algum entorno e o professor, com um fim de permitir aos alunos aprender, reconstruir algum conhecimento.

A sequência das situações didáticas constitui uma maneira de encadear e articular as mesmas ao longo da Unidade correspondente às Secções Cônicas, presente no Programa da disciplina Geometria Analítica da Licenciatura em Educação - Ensino da Matemática no Instituto Superior de Ciências da Educação na cidade do Sumbe, província Cuanza Sul.

Para sua concepção se teve em conta uma perspectiva processual que partiu da determinação do diagnóstico dos estudantes (necessidades e potencialidades destes para o desenvolvimento dos exercícios e/ou problemas orientados), em particular da aprendizagem de conteúdos considerados preliminares para o estudo mais aprofundado



das cônicas: conhecimentos relacionados com potenciação, quadrado da soma de dois binômios, como obter o complemento quadrático num trinómio, como obter factor comum num binómio ou trinómio, como interpretar uma representação geométrica e combinar estes elementos com o algébrico.

Tendo em conta os resultados, as próprias particularidades do sistema de conhecimento relacionados com o estudo das cônicas e os níveis de desenvolvimento de habilidades que se requer, para a concretização das situações didáticas é fundamental os aspectos seguintes:

- a) A necessidade por parte do estudante de fazer interpretações gráficas a partir do analítico e vice-versa e perceber a proximidade entre o real e o abstrato, a relação entre a Geometria e a Álgebra.
- b) O nível de complexidade dos exercícios e/ou problemas propostos; assim como, o nível de precedência de cada um.
- c) Sistemática e frequência para o desenvolvimento das habilidades previstas.
- d) Os níveis de assimilação de aquisição dos conhecimentos e desenvolvimento de habilidades.

Portanto, a concretização das situações didáticas propostas propicia fazer interpretações gráficas a partir do analítico e vice-versa e perceber a proximidade entre o real e o abstrato, a relação entre a Geometria e a Álgebra. As mesmas se classificam operacionalmente, no contexto da presente pesquisa, tendo em conta os elementos seguintes: complexidade dos exercícios e/ou problemas propostos, nível de precedência de cada um, sistemática e frequência para o desenvolvimento das habilidades previstas, assim como os níveis de assimilação de aquisição dos conhecimentos e desenvolvimento de habilidades.

Tipologia geral das situações didáticas (SD): I, II, III, IV

- **Situações didáticas de tipo I:** visaram identificar e caracterizar a elipse a partir de uma equação conhecida, primeiro desde a forma canônica e depois desde formas não canônica. Elipse com centro (h, k) , que inclui $(0,0)$. Elementos da Elipse a determinar a partir da equação: coordenadas do centro da elipse, coordenadas dos focos, coordenadas dos vértices, distância focal, excentricidade,



cumprimento da corda focal (Latus rectus) e soma da distância de um ponto aos focos (r). Após reconhecer a equação e transformá-la para a forma canônica, se é necessário, interagir com o GeoGebra entre o analítico e o gráfico.

- **Situações didáticas de tipo II:** visaram obter a equação da elipse a partir de alguns dos elementos mínimos necessários da mesma elipse.
- **Situações didáticas de tipo III:** visaram em exercícios e/ou problemas diversos que relacionam uma elipse com elementos externos a ela, conhecida a equação da elipse.
- **Situações didáticas de tipo IV:** consistiram em exercícios e/ou problemas diversos de aplicação, incluindo a aplicação de conhecimentos da elipse em problemas quotidianos.

O objectivo geral das situações didáticas propostas enfocam-se em: Resolver exercícios e problemas de equações das cónicas (elipses) em entornos de “lápiz e papel” e com o emprego do GeoGebra.

Portanto os estudantes devem de forma geral traçar elipses tendo em conta o centro determinado, os focos, os vértices. Além disso, traçar algum ponto sobre esta, traçar segmentos de rectas, determinar soma de rectas, buscar a medida do eixo da elipse, ou seja, a medida de $d V_1 V_2$. Posteriormente, com o uso do *software*, podem observar as representações das figuras com um caracter mais dinâmico e com mais possibilidades de inserir outros dados e chegar a conclusões.

Se apresentou aos estudantes vários casos de situações didáticas de tipo I com diferente nível de complexidade, com o objectivo de sistematizar as acções e elevar o nível de frequência destas para o desenvolvimento das habilidades:

- a) A partir de uma equação não canônica mas simples para levar a uma canônica que tem centro em $(0,0)$ e eixo maior sobre o eixo “ x ” e elevar a um gráfico;
- b) A partir da representação de uma elipse que tem centro (h, k) determinar as coordenadas fundamentais e voltar sua representação empregando o GeoGebra;
- c) Dada uma equação determinar seus elementos fundamentais e construir o gráfico manualmente e com GeoGebra.

Um exemplo de uma situação didáctica de tipo I se apresenta a continuação:

**Objectivos:**

- Representar graficamente elipses com centro (h, k) , que inclui $(0,0)$, num sistema de coordenadas rectangulares a partir das respectivas equações com e sem emprego do GeoGebra.
- Determinar os elementos fundamentais da elipse a partir de sua representação gráfica ou equação geral.

Procedimentos:

Se orienta o seguinte exercício:

a) Dada a equação da elipse $4x^2 + 9y^2 = 36$. Determinar:

- As coordenadas do centro.
- Comprimento dos eixos.
- Distância focal.
- Coordenadas dos vértices e focos
- Excentricidade

b) Representar a elipse num gráfico de coordenadas rectangulares.

A partir da inspeção simples a maioria dos estudantes reconheceram que a equação é uma elipse com centro na origem e o eixo maior está sobre o eixo “x”, tudo antes de transformar a equação para a forma canônica: $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$

➤ Centro: $(0,0)$

➤ $a^2 = 9 \rightarrow a = 3 \Rightarrow 2a = 6$ (eixo maior sobre o eixo “x”)

$b^2 = 4 \rightarrow b = 2 \Rightarrow 2b = 4$

➤ Tendo o comprimento dos semieixos e $a^2 = b^2 + c^2$, pode-se achar a distância

focal: $2c$

$$c^2 = a^2 - b^2 \Leftrightarrow c^2 = 3^2 - 2^2 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow c = \sqrt{5} \approx 2,23606 \quad \text{Logo}$$

$$2c = 2\sqrt{5}$$



O procedimento correspondente a determinação da raiz quadrada e multiplicar por dois (2) para obter um número inteiro de modos a possibilitar a fixar os focos nos respectivos pontos constituiu uma dificuldade neste caso.

➤ Focos: $F_1 = (-\sqrt{5}, 0)$ e $F_2 = (\sqrt{5}, 0)$

Vértices: $A_1 = (-3, 0)$, $A_2 = (3, 0)$, $B_1 = (0, -2)$ e $B_2(0, 2)$

Estudantes apresentaram dificuldades na localização para posição dos vértices, confundindo os pontos nos eixos na representação geométrica da elipse ao não perceber a coincidência do eixo maior e o eixo menor da elipse com os eixos do sistema de coordenada cartesiano.

➤ Excentricidade: $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3} \approx 0,75$

Os estudantes representaram o gráfico da elipse esboçado manualmente e posteriormente procederam ao emprego do GeoGebra: no *Campo de entrada* os estudantes deviam inserir: $4x^2 + 9y^2 = 36$ ou $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$, centro da cônica da eq1 (equação1), vértice (eq1), Focos (eq1) e posteriormente dar ENTER no computador (PC).

Para verificar os eixos maior e menor e a distância focal deverá escrever-se no *Campo de entrada*: **Segmento de recta do ponto** (A1, A2), (B1, B2), (F1, F2). Para diferenciar os eixos e a distância focal, o estudante deve dar um *clic* à direita com o *mouse* nos segmentos da figura criada e novamente marcar *clic* na configuração, para então seleccionar o estilo e a cor da linha pretendida.

Para a excentricidade, uma vez que os estudantes têm conhecimento que na elipse o mesmo é maior que zero, basta inserir no *Campo de entrada* do *software* a palavra **excentricidade da eq1**, logo aparecerá na zona algébrica o valor da razão da semi distância focal e o semieixo maior, (excentricidade). Os estudantes já estarão em condições de representar sem dificuldades o gráfico correspondente.

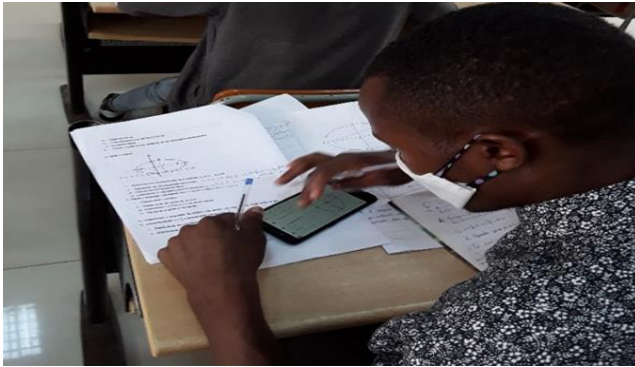
Com a utilização do GeoGebra os estudantes estiveram em melhores condições para visualizar as representações geométricas, compreender os elementos fundamentais que integram a elipse, a forma “ideal” que deve adoptar a mesma, tal como mostra abaixo a **Figura 5**.



Avaliação: a avaliação da aprendizagem é formativa, se realizou a partir da *autoavaliação, coavaliação e avaliação contínua*, de forma oral e escrita.

Após da resolução dos exercícios com o emprego dos procedimentos descritos, os estudantes representaram com maior rigor e precisão a elipse, determinando os elementos fundamentais da mesma a partir de sua representação gráfica ou equação geral. Alcançaram melhores resultados com o emprego do GeoGebra porque este propiciou uma visualização mais precisa da figura, permitindo assim, a contrastação e retificação da representação feita com “lápiz e papel”.

Figura 5- Estudante utilizando o GeoGebra na resolução dos exercícios.



Fonte: O autor (2020)

A representação gráfica da elipse utilizando o GeoGebra permitiu aos estudantes contrastar o resultado obtido anteriormente (em entorno de “lápiz e papel”) que visou maior compreensão do procedimento utilizado na identificação dos eixos, da localização exacta dos vértices e do centro, e, portanto, a representação mais adequada da elipse.

A partir dos resultados mostrados pelos estudantes se indicaram, de forma paulatina, outros exercícios correspondentes às situações didáticas de tipo II, III e IV com o emprego do GeoGebra, aumentando cada vez o nível de complexidade para continuar sistematizando as habilidades de representação gráfica, interpretação e determinação dos elementos fundamentais da elipse.

Durante a execução das situações didáticas na prática pedagógica se procedeu a aplicação de um **questionário aos estudantes** com o objectivo de conhecer o nível de motivação e interesses que tem os mesmos na incorporação das tecnologias, com



ênfases no emprego do *software* GeoGebra na disciplina Geometria Analítica no que se refere às equações das elipses.

Como resumo das questões mais significativas, resultado do questionário aplicado aos estudantes, estes destacaram importante a incorporação do GeoGebra nas aulas de Geometria Analítica, e como razões expõem cinco aspectos fundamentais:

1 Exactidão: este foi o elemento mais destacado pelos estudantes e assinalaram ideias tais como:

Estudante 1: Permite com exactidão o traçado das figuras geométricas.

Estudante 2: Se obtém gráficos com formato mais exacto.

Estudante 3: Localização exacta de um ponto num gráfico.

Estudante 4: Mostra com clareza e precisão a representação de um gráfico de equação de elipse.

Estudante 5: Permite determinar com facilidade os componentes da elipse.

Estudante 6: Fornece maior rigor na construção dos gráficos da elipse.

Estudante 7: Permite determinar a origem dos erros.

Estudante 8: Facilita a compreensão das figuras geométricas. (Opiniões dos estudantes, 2020)

2 Facilidade de resolução dos exercícios e/ou problemas: neste caso os estudantes indicam que o uso do GeoGebra:

Estudante 1: Proporciona o aperfeiçoamento da resolução dos exercícios e/ou problemas a partir da interpretação dos dados.

Estudante 2: Maior clareza e precisão na compreensão dos exercícios e/ou problemas. (Opiniões dos estudantes, 2020)

3 Carácter visual e maior praticidade: neste aspecto um estudante destacou a motivação, o interesse que desperta ao apresentar de forma interessante os conteúdos relacionados com a elipse.

4 Dinâmica do software: assinalaram que se alcança uma maior dinâmica ao resolver os exercícios e/ou problemas das equações das elipses com o emprego do *software*.



5 Maior motivação e interesses: destacam de forma geral que o uso do *software* torna mais interessante e motivante o estudo das elipses.

A maioria dos estudantes (24) coincidiu em assinalar que a utilização do GeoGebra permite compreender com facilidade os conceitos e as teorias dados das equações das elipses, e apenas um estudante respondeu que em ocasiões. Entre os argumentos se encontram:

Estudante 1: Permite a vinculação da teoria com a prática, desenvolve as capacidades, habilidades aos estudantes e a aprendizagem prática dos conhecimentos.

Estudante 2: Consegue-se notar ou compreender melhor os conteúdos aprendidos de forma teórica.

Estudante 3: É através das representações visíveis geometricamente na zona algébrica que possamos confrontar com nossas ideias, os erros das operações efectuadas manualmente.

Estudante 4: Porque permite a localização exacta dos elementos da elipse.

Estudante 5: Porque não aceita resultados nem dados, dados empíricos caso contrário dá-nos um aviso imediato de erros.

Estudante 5: Porque permite entender melhor a forma das elipses e facilita-nos a sua compreensão.

Estudante 6: Mostra com exactidão a própria definição, quanto as distâncias de $dPF_1 + dPF_2 = 2a$. (Opiniões dos estudantes, 2020)

Na entrevista aplicada, de forma geral, os estudantes expressaram sua satisfação com a incorporação das tecnologias informáticas no processo de ensino-aprendizagem da Geometria Analítica. Os estudantes consideraram que é mais efectiva a aprendizagem dos conteúdos geométricos combinando o emprego dos materiais tradicionais (régua/esquadro, cartaz) com o *software*, o que propicia uma melhor compreensão e expõem que a utilização do GeoGebra não resulta complexo para a compreensão dos conteúdos geométricos, ao respeito expressaram:

Estudante 1: existe uma certa interligação entre o aplicativo, os cálculos mentais e manuais.



Estudante 2: na construção das figuras geométricas aquilo que o estudante não aprendeu na teoria consegue-se visualizar na prática para adquirir melhores conhecimentos.

Estudante 3: é importante realçar que para que o estudante utilize o GeoGebra tem que ter noções fundamentais para então facilitar na sua utilização, caso contrário seria muito difícil.

Estudante 4: apesar de ser bastante dinâmico ele torna o aluno preguiçoso, visto que deixa que o software (GeoGebra) pensar por nós e resolver por nós, basta inserir os dados automaticamente nos dá os resultados.

Estudante 5: devemos saber que o aplicativo ajuda, mas também requer que os estudantes têm que ter conhecimento para facilitar a resolução de exercícios e problemas.

Estudante 6: apenas não adquirimos os conhecimentos só na teoria, mas também na prática, aquilo que é traçado sem ter uma exactidão ou rigor das coisas, mas com o aplicativo do GeoGebra vem demonstrar ou clarificar a exactidão das coisas certas. (Opiniões dos estudantes, 2020)

Consideraram que os exercícios e problemas abordados nas aulas com o emprego do GeoGebra contribuem a uma melhor formação e ao desenvolvimento das habilidades para o trabalho concernentes às representações geométricas, os estudantes respondem que sim, mas sempre que realizam as representações de forma manual com os instrumentos e posteriormente vão a incorporar os dados no *software*, desta maneira é maior a preparação que recebem como futuros professores de Matemática.

De forma geral, os estudantes se sentiram satisfeitos com a incorporação das tecnologias informáticas, em particular com o *software* GeoGebra, contribuindo de forma positiva ao processo de ensino-aprendizagem dos conteúdos geométricos referidos à elipse, porque com este se tornou mais compreensível o estudo dos conteúdos geométricos estudados e se vinculou de forma mais efectiva a teoria com a prática.



5 Conclusões

Tendo em conta a importância das Tecnologias de Informação e Comunicações (TIC) como meio e ferramenta de trabalho, na actualidade se potencializa cada vez mais a incorporação destas no processo educativo. Constitui um facto que o emprego didáctico dos recursos informáticos favorece positivamente a aquisição de conhecimentos, o desenvolvimento de capacidades, habilidades e destrezas nos estudantes em um entorno colaborativo e participativo.

Assim, constitui um avanço a utilização das TIC, e em particular de determinados *softwares* educativos no processo de ensino-aprendizagem da Matemática, sendo de particulares interesses na formação inicial do profissional da Educação, Ensino da Matemática. Neste contexto, o emprego do GeoGebra, como *software* de Geometria Dinâmica tem amplas vantagens nas aprendizagens dos conteúdos geométricos.

O emprego do GeoGebra na formação de professores de Matemática, no contexto da presente pesquisa, exigiu aprofundar na utilização didáctica deste *software*; e desta forma conceber procedimentos didáctico-metodológicos que permitiram, tão para professores como para os estudantes sua utilização efectiva, em particular na resolução de equações das cônicas nas elipses, durante as actividades académicas da disciplina Geometria Analítica da Licenciatura em Educação - Ensino da Matemática no Instituto Superior de Ciências da Educação na cidade do Sumbe.

O estudo realizado evidenciou que é possível incorporar de forma coerente, as tecnologias informáticas e em especial o *software* GeoGebra no processo de ensino-aprendizagem da Geometria Analítica, tendo em conta a proposta dos procedimentos-didáctico-metodológicos propostos, os que propiciaram sua utilização na prática pedagógica no contexto da formação do profissional da Educação no Ensino da Matemática no ISCED do Cuanza-Sul em Angola.

Referências

ANDRADE, Raoni Aguiar. **GeoGebra: Uma Ferramenta Computacional para o Ensino de Geometria no Ensino Fundamental 2**. Monografia. Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista, 2012.



REH- REVISTA EDUCAÇÃO E HUMANIDADES e-ISSN 2675-410X

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sori Knopp. **Investigação Qualitativa em Educação: Uma Introdução às Teorias e aos Métodos**. Porto, Portugal: Porto Editora, 1994.

BONA, Berenice de Oliveira. Análise de *Softwares* Educativos para o Ensino de Matemáticos nos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Experiências em Ensino de Ciências**, 4, 35–55, 2009.

BRAVO, Fernando José de Barros. **Impacto da utilização de um ambiente de geometria dinâmica no ensino-aprendizagem da geometria por alunos do 4º ano do 1º ciclo do ensino básico**. (Tese de Mestrado, Universidade do Minho, Braga), 2005.

BROCARD, Joana. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. Belo Horizonte, 2005.

BROUSSEAU, Guy. Visite de l'atelier. Theorie des situations, et reponses aux questions des participants de l'U.E.; em Norfalise, R. (comp.) **Actes de l'Unversté d'été**. La Rochelle Charante-Maritime, 1998.

COTIC, Norma Susana. GeoGebra como puente para aprender matemática. **Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación**. ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1179. Buenos Aires, Argentina, 12, 13 y 14 de noviembre de 2014.

EVANGELISTA, Dailson. **O processo de construção de sequência didática como (pro)motor da Educação Matemática na formação de professores**. (Dissertação de Mestrado, Mestrado em Educação Ciências e Matemática, Universidade Federal de Pará). [em versão eletrônica]. 2013.

GABRIEL, Wilson José Ernesto. **Proposta de uma Sequência Didáctica com auxílio de GeoGebra para o ensino dos conceitos fundamentais da trigonometria na 11ª classe da Escola do II Ciclo do Ensino Secundário do Sumbe**. Monografia de Graduação (Departamento Ciências Exactas) Instituto de Ciências da Educação do Cuanza Sul, Universidade Katyavala Bwila. Angola, 2013.

GANDO, Fernando Texeira. **Uma Proposta Didáctica com o Uso do GeoGebra para o tratamento dos Sistemas de Equações Lineares na 9ª classe na Escola do Ensino**



REH- REVISTA EDUCAÇÃO E HUMANIDADES e-ISSN 2675-410X

Secundário do I ciclo Wacu-Kungo. Monografia de Graduação (Departamento Ciências Exactas) Instituto de Ciências da Educação do Cuanza Sul, Universidade Katyavala Bwila. Angola, 2013.

GOLDENBERG, E. Paul; CUOCCO, Albert. What is dynamic geometry? In: Leher, R. e Chazan, D. (Eds); **Designing learning environments for developing understanding of geometry and space: Lawrence Erlbaum Associates.** London, 1998.

GRAVINA, Maria Alice. Geometria dinâmica uma nova abordagem para o aprendizado da geometria. In **Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação**, 1–13, 1996.

ISOTANI, Seiji; BRANDÃO, Leonildas de Oliveira. O. Como usar a geometria dinâmica? o papel do professor e do aluno frente às novas tecnologias. In: **Anais do XXVI Congresso da SBC. XII Workshop de Informática na Escola.** Campo Grande, 2006.

JORNAL DE ANGOLA. (09, 09, 2019). Disponível em <https://www.m.portalangop.co.ao>. 2019.

MANUEL, António. **Sistemas de Actividades Docentes para Favorecer a Aprendizagem da Geometria na 6ª classe de uma Escola Primária no município da Conda.** Monografia de Graduação (Departamento Ciências Exatas) Instituto de Ciências da Educação do Cuanza Sul, Universidade Katyavala Bwila. Angola, 2013.

MEDEIROS, Camila. Possibilidades educacionais com utilização do GeoGebra no contexto de um computador por aluno. **I Conferência latino-americana de GeoGebra.** Pirai- Rio de Janeiro, 2011.

MORELATTI, Maria Raquel & SOUZA, Luís Henrique. Aprendizagem de conceitos geométricos pelo futuro professor das séries iniciais do Ensino Fundamental e as novas tecnologias. **Educar**, Curitiba, 28, 263-275, 2006. Editora UFPR, 2006.

NOVELLO, Tanise Paula. O ensinar geometria com tecnologias digitais: potencialidades, desafios e dificuldades. In: **Simpósio nacional de ensino e Tecnologia.** Universidade Federal do Rio Grande, FURG Rio Grande – RS, 2018.



REH- REVISTA EDUCAÇÃO E HUMANIDADES e-ISSN 2675-410X

OLIVEIRA, Elidiane. A utilização do software GeoGebra como ferramenta de ensino no estudo de retas e ângulos. **II CNEM Congresso Nacional de Educação Matemática, IX EREM (Encontro Regional de Educação Matemática)**. Relato de experiência, 07 a 10 de junho de 2011.

PADILLA, Oliurka. **La integración de las tecnologías informáticas al proceso de enseñanza-aprendizaje de las asignaturas en las carreras pedagógicas**. (Tese de doutorado, Doutorado em Ciências Pedagógicas, Universidade de Sancti Spíritus José Martí, Cuba), 2014. Disponível em <<http://repositorio.uniss.edu.cu/>> Acesso em mar. 2020.

SILVA, A. **Proposta de uma Sequência Didática com o uso da Geometria Dinâmica para o estudo do grupo de teoremas de Pitágoras na 8ª classe da Escola do I e II Ciclo do Ensino Secundário, Comissário Ngongo (Porto-Amboim)**. Monografia de Graduação (Departamento Ciências Exatas) Instituto de Ciências da Educação do Cuanza Sul, Universidade Katyavala Bwila. Angola, 2013.

SILVA, Ana Cristina Barbosa; GOMES, Alex Sandro. **Conheça e Utilize Software Educativo: Avaliação e Planejamento para a Educação Básica. Pipa Comunicação**. Recife, 2015.

SILVA, Guilherme Henrique Gomes; PENTEADO, Miriam Godoy. O trabalho com geometria dinâmica em uma perspectiva investigativa, **I Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia**, 1, 1-14, 2009.

ZABALA, Antoni. **Prática educativa**. (F. da Rosa Ernani, trad.). Porto Alegre: ArtMed, 1998.

Recebido: 30/10/2022. Aceito: 15/12/2022. Publicado: 1/1/2023.



Autores:

Baptista Manuel João

Mestre em Ciências de Educação ao Ensino da Matemática, professor assistente no Instituto superior de Ciências de Educação do Sumbe /Angola.

E-mail:baptista22014@gmail.com

 [https://orcid.org/0000-0003-2602-541X]

País: Angola

Daniel Fernando Bovolenta Ovigli

Doutor em Educação para a Ciência, Professor do Magistério Superior, Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba/Minas Gerais/Brasil.

E-mail: daniel.ovigli@uftm.edu.br

 [https://orcid.org/0000-0002-4057-547X]

País: Brasil