

Vol V, núm. 2, jul-dez, 2021, pág-85-113.

DIRECTRIZES METODOLÓGICAS PARA A REPRESENTAÇÃO DE PLANOS POR MEIO DO SOFTWARE GEOGEBRA

Methodological guidelines for the representation of plans using the GeoGebra software

*Lineamientos metodológicos para la representación de planos utilizando el software
GeoGebra*

Zeca Catuco André Quimuanga

Raúl Ceregido Domínguez

RESUMO

O presente artigo é parte da pesquisa quali-quantitativa realizada como requisito parcial para a obtenção do Grau de Mestre em Ciências de Educação na especialidade de Ensino de Matemática no Instituto Superior de Ciências de Educação do Cuanza Sul da Universidade Katyavala Bwila. O mesmo objectivou apresentar as directrizes metodológicas da sequência dos procedimentos interactivos para a representação de planos, usando o *software GeoGebra* incluindo o seu processo dinâmico nos estudantes do II e III ano de licenciatura do Curso de Ensino de Matemática do Instituto Superior de Ciências de Educação do Uíge (ISCED-Uíge). Para o cumprimento desta meta foram realizadas as pesquisas bibliográfica e a investigação-acção, tendo com principal instrumento de recolha de dados o questionário. Os resultados obtidos e a satisfação notada nos estudantes durante as actividades desenvolvidas, concluiu-se que o *software GeoGebra* é um recurso prático, dinâmico e atractivo e que pode romper paradigmas de modo a transformar o estudante num agente cada vez mais activo melhorando desta forma a qualidade do processo de ensino-aprendizagem da Geometria Descritiva.

Palavras-chaves: Directrizes metodológicas, GeoGebra, Geometria Descritiva. Plano.

ABSTRACT

This article is part of the qualitative and quantitative research carried out as a partial requirement for obtaining a Master's Degree in Educational Sciences in the specialty of Teaching Mathematics at the Higher Institute of Educational Sciences of Cuanza Sul, University Katyavala Bwila. It aimed to present the methodological guidelines of the sequence of interactive procedures for the representation of plans, using the GeoGebra software including its dynamic process in the students of the II and III year of graduation of the Mathematics Teaching Course of the Instituto Superior de Ciências de Educação do Uíge (ISCED-Uíge). To achieve this goal, bibliographic research and action research were carried out, using the questionnaire as the main instrument for data collection. The results obtained and the satisfaction noted in the students during the activities developed, it was concluded that the GeoGebra software is a practical, dynamic and attractive resource and that it can break paradigms in order to transform the student into an increasingly active agent, thus improving the quality of the teaching-learning process of Descriptive Geometry.

Keywords: Methodological guidelines, GeoGebra, Descriptive Geometry. Plan.

RESUMEN

Este artículo es parte de la investigación cualitativa y cuantitativa realizada como requisito parcial para la obtención de una Maestría en Ciencias de la Educación en la especialidad de Enseñanza de las Matemáticas en el Instituto Superior de Ciencias de la Educación de Cuanza Sul, Universidad Katyavala Bwila. Tuvo como objetivo presentar los lineamientos metodológicos de la secuencia de procedimientos interactivos para la representación de planos, utilizando el software GeoGebra incluyendo su proceso dinámico en los estudiantes del II y III año de graduación del Curso de Docencia Matemática del Instituto Superior de Ciências de Educação do Uíge (CINE-Uíge). Para lograr este objetivo se llevó a cabo una investigación bibliográfica y una investigación acción, utilizando el cuestionario como principal instrumento de recolección de datos. Los resultados obtenidos y la satisfacción notada en los estudiantes durante las actividades desarrolladas, se concluyó que el software GeoGebra es un recurso práctico, dinámico y atractivo y que puede romper paradigmas con el fin de transformar al estudiante en un agente cada vez más activo, mejorando así la calidad del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Geometría Descriptiva.

Palabras clave: Directrices metodológicas, GeoGebra, Geometría descriptiva. Plan.

INTRODUÇÃO

No ensino de Matemática em geral e de modo particular em Geometria Descritiva, tem-se buscado medidas no sentido de melhorar as relações entre o que se trabalha em sala de aula com o que a sociedade necessita. Por isso, nos dias actuais, há uma constante busca em, criar ambientes de aprendizagem em que a participação do professor seja de mediador das actividades e que os alunos participem na construção do conhecimento.

O ponto 3 do artigo 2 da Lei de Bases do Sistema de Educação e Ensino de Angola, estabelece que:

O Sistema de Educação e Ensino é o conjunto de estruturas e modalidades, por meio das quais se realiza o processo educativo, tendente à formação harmoniosa e integral do indivíduo, com vista a construção de uma sociedade livre, democrática, de direito, de paz e progresso social (Lei-nº17/16, 2016, p. 394).

Nisso compreende-se que, o processo de ensino-aprendizagem é a base para a construção de conhecimentos sólidos com vista a formação das jovens gerações capazes de responder às exigências sociais. Mas, este processo no âmbito da Geometria Descritiva, tem sido alvo de várias dificuldades motivadas por vários factores, entre eles:

- ♣ Os meios de ensino mais utilizados no ensino-aprendizagem da Geometria Descritiva são o quadro, o giz, a régua, o compasso e o esquadro;

- ♣ Poucos estudantes e professores procuram superar suas dificuldades e melhorar suas habilidades informáticas e acompanhar as dinâmicas da sociedade;
- ♣ A falta de criatividade por parte de professores em gerar outras ferramentas para que os estudantes participem e com facilidade nas resoluções de problemas e exercícios;
- ♣ A confecção de figuras e a resolução de problemas e exercícios, é feita apenas em cadernos enquanto as outras possibilidades como o uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) por meio de *softwares* educativos, ferramentas importantes no processo de ensino-aprendizagem da Geometria Descritiva são descartadas;
- ♣ A insuficiência de meios de informática que as instituições escolares apresentam condiciona o processo de ensino-aprendizagem.

Os casos acima referenciados mostram claramente que, o processo de ensino-aprendizagem da Geometria Descritiva é realizado apenas com os meios convencionais. Por isso, a presente pesquisa considera que, para o ensino é necessário ter criatividade, gerar ferramentas necessárias alicerçadas no uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) por meio de *softwares* educativos, entre eles o *GeoGebra*, ferramentas que surgem para facilitar o preenchimento de possíveis lacunas no processo de ensino-aprendizagem da Geometria Descritiva, porque facilita ao estudante a compreensão, a confecção e visualização de figuras.

Essa ideia é sustentada pelo facto de a sociedade actual estar marcada pela tendência de caminhar a passos largos em direcção ao mundo tecnológico, que atinge o modo de comunicar (transmitir e receber informações), o modo de produzir e de agregar novas informações ao quotidiano, de maneira globalizada e uniforme. Essa nova forma de comunicar também chegou na escola, atingindo o processo de ensino por constantes mudanças, onde o professor é chamado a ter uma nova postura, renovando a sua prática pedagógica podendo recorrer ao acesso à tecnologia.

Acompanhando a dinâmica social, Angola optou introduzir no seu sistema educativo a Computação no Ensino Superior com a meta de facilitar o papel da escola, tal como afirma (Libâneo, 2007, p. 309): “o grande objectivo das escolas é a

RECH- Revista Ensino de Ciências e Humanidades – Cidadania, Diversidade e Bem Estar. ISSN 2594-8806

aprendizagem dos alunos, e a organização escolar necessária é a que leva a melhorar a qualidade dessa aprendizagem”.

Com vista a dar resposta aos desafios constitucionais e as exigências para assegurar, incrementar e a redinamizar o crescimento e o desenvolvimento económico e social do país, [...] o desejo da sua inserção no contexto regional e internacional bem como também, na garantia de um ensino seguro e de qualidade de modo a contribuir de forma mais efectiva, para a excelência do processo de ensino e aprendizagem, para o empreendedorismo e para o desenvolvimento científico, técnico e tecnológico de todos os sectores da vida social, o governo angolano aprovou a Lei de Bases do Sistema de Educação e Ensino, Lei nº 17/16 de 07 de Outubro de 2016. (Lei-nº17/16, 2016, p. 3993).

Em relação aos fins do Sistema de Ensino e Educação, as alíneas a) e c) do artigo 4 da mesma Lei (Lei-nº17/16, 2016, p. 3994), descrevem que o Sistema de Ensino e Educação deve:

- ♣ (a) Desenvolver harmoniosamente as capacidades intelectuais, laborais, cívicas, morais, éticas, estéticas e físicas, [...] especialmente dos jovens, de maneira contínua e sistemática e elevar o seu nível científico, técnico e tecnológico, a fim de contribuir para o desenvolvimento sócio-económico do país.
- ♣ (c) Formar um indivíduo que seja capaz de responder os problemas nacionais, regionais e internacionais de forma crítica, construtiva e inovadora para a sua participação activa na sociedade, à luz dos princípios democráticos.

Além disso, os currículos e os respectivos conteúdos, estão organizados de maneira sequencial e gradual em função aos respectivos níveis de ensino, defendendo-se a ideia que no processo de ensino o professor deve utilizar metodologias activas, como por exemplo, a consideração das concepções e alternativas dos alunos, o uso das actividades práticas que permitem o aluno observar, recolher dados, fazer previsões, tira as conclusões e incentivá-los a propor soluções para a resolução de problemas.

RECH- Revista Ensino de Ciências e Humanidades – Cidadania, Diversidade e Bem Estar. ISSN 2594-8806

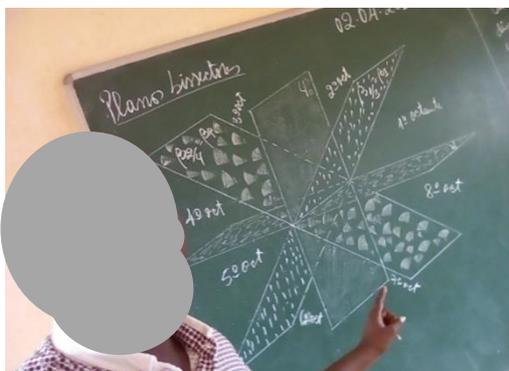
Para participar nesta linha de pensamento (Borba & Penteado, 2002), (Cerqueira, 2017) e (Silva, 2018) propõem o uso das Tecnologias de Informação e Comunicação, através de computadores, calculadoras, *internet*, etc como uma possível saída do desinteresse dos alunos em relação à Matemática e áreas afins, já que *softwares* e calculadoras permitem que eles lidem com problemas que não poderiam, se as tecnologias não estiverem disponíveis colocando assim o aluno como sujeito activo e o professor como agente mediador do conhecimento.

Infelizmente, há vários factores que limitam a utilização dos *softwares*, entre os quais se contam os recursos disponibilizados nos estabelecimentos de ensino, já que seria necessária uma sala de aula onde o computador fosse tão habitual como o quadro; a falta de interesse e/ou condições por parte de alunos e professores em terem um curso de Informática; a resistência às mudanças de abraçar as dinâmicas que a sociedade impõem. Por causa desta realidade, em algumas escolas angolanas, existem professores que usam a sua criatividade procurando dentro das possibilidades, com os meios convencionais, projectar no quadro ou fabricar maquetes que facilitam a visualização. Mas,

Mesmo com ilustrações (bidimensionais) bastante claras de determinadas técnicas usadas nessa disciplina, **parece ser indispensável utilizar em sala de aula recursos (tridimensionais) que facilitem a visualização espacial de construções típicas da Geometria Descritiva.** Uma possibilidade **é criar maquetes demonstrativas de modelos reais**, que tratem de forma específica alguns tópicos de Geometria Descritiva **com maior grau de dificuldade para os alunos.** Outra solução **é o uso do computador para a elaboração e exibição modelos virtuais e animações bi ou tridimensionais.** Podem ser usados aplicativos de Geometria Dinâmica para fazer um paralelo entre os aspectos do plano e espaciais de certo procedimento, tendo a liberdade de mover alguns pontos e redefinir a posição e a proporção dos principais elementos da construção. (Lima & Costa, 2007, p. 2) (grifos meus)

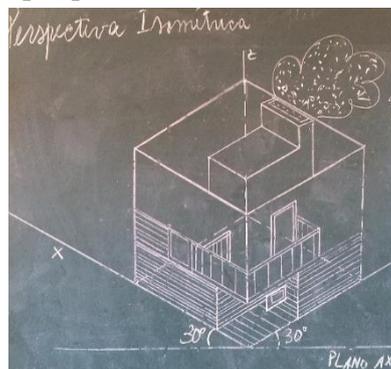
A afirmação destes autores pode ser comprovada com as ilustrações abaixo em algumas aulas do autor deste artigo.

Figura 2 - Representação dos planos bissectores com os meios convencionais



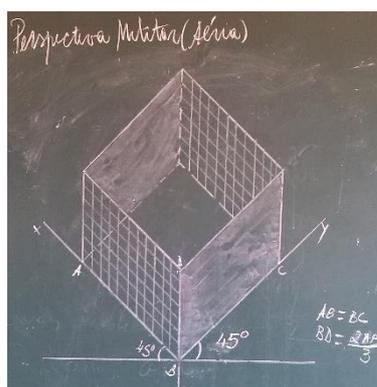
Fonte: Autor

Figura 1 - Projecção de uma habitação em perspectiva isométrica



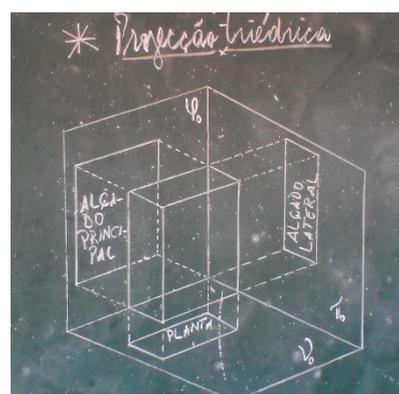
Fonte: Autor

Figura 4 - Projecção de um cubo em perspectiva aérea (militar)



Fonte: Autor

Figura 3 - Projecção triédrica de um paralelepípedo



Fonte: Autor

Combinado as ideias dos autores descritas acima e estas projecções, percebe-se com facilidade que os recursos interferem fortemente no processo de ensino-aprendizagem da Geometria Descritiva.

Assim, ao invés de ser encarada como um fim em si mesma, a utilização de *software* no processo de ensino-aprendizagem da Geometria Descritiva pode ser considerada uma ferramenta a enaltecer se considerarmos as suas potencialidades. Com recurso a este instrumento, mais facilmente o estudante poderá, principalmente na fase de iniciação à disciplina, estabelecer as ligações entre o espaço e a sua representação bidimensional, a confecção de figuras geométricas e não só.

Ao tratar desta temática, encontramos que,

O ensino de Desenho Técnico e Geometria ganhou no computador uma importante ferramenta. A informática disponibiliza hoje recursos que permitem a vivência de experiências de aprendizado que antes eram impossíveis. Tal fato [*sic*] ocorre, naturalmente, não só na área de Desenho, mas em todas as demais. No entanto, pela sua característica eminentemente gráfica, o benefício trazido à didática [*sic*] do Desenho pelas novas interfaces e dispositivos gráficos, se sobressai. (Santos & Martinez, 2000, p. 3)

Os mesmos autores descrevem ainda que, a aplicação de *softwares* no ensino de Desenho e Geometria pode ser feita em sala de aula (ensino presencial), à distância (EaD - Educação à Distância) ou com apoio ao ensino presencial (auto-estudo).

Nesta pesquisa, escolheu-se o modelo de ensino presencial por se julgar ser o mais produtivo de acordo a realidade socioeconômica dos estudantes. Além disso julgou-se também ser a mais favorável porque garante maior intercâmbio entre estudantes e professor e entre os estudantes que, por sua vez, são os futuros professores de Matemática e áreas afins, onde as disciplinas de Geometria (Analítica ou Descritiva), Educação Laboral e Educação Manual e Plástica, muitas vezes carregam consigo elevadas dificuldades tanto na transmissão como na compreensão de alguns conteúdos, visto que a utilização apenas de meios convencionais não permite compreender, demonstrar, visualizar e analisar muitos dos casos estudados tendo em conta as limitações que os mesmos meios têm.

Objectivo

Apresentar as directrizes metodológicas da sequência dos procedimentos interactivos para a representação de planos, usando o *software GeoGebra* incluindo o seu processo dinâmico, demonstrando desta forma as potencialidades que este *software* tem no processo de ensino-aprendizagem da Geometria Descritiva

METODOLOGIA

O estudo faz uma abordagem quali-quantitativa na medida em que ela procurou interpretar as informações quantitativas por meio de símbolos numéricos e os dados qualitativos mediante a observação, a interacção participativa e a interpretação das informações fornecidas pelos sujeitos envolvidos na pesquisa (Knechtel, 2014, p. 106).

RECH- Revista Ensino de Ciências e Humanidades – Cidadania, Diversidade e Bem Estar. ISSN 2594-8806

Ou seja, é quantitativa na medida em que tanto no processo de colecta de informação, como no tratamento destas por meio de técnicas estatísticas e procedimentos matemáticos representa em princípio, a intenção de garantir a precisão dos resultados, evitando distorções de análise e interpretação e é qualitativa porque por meio de perguntas abertas recolhemos mais informações trazendo outros dados, que estão além do conhecimento imediato.

Em função ao objectivo, a pesquisa é explicativa, porque procura relacionar a causa-efeito, demonstrando o impacto que o *GeoGebra* tem sobre a qualidade do processo de ensino-aprendizagem da Geometria Descritiva.

Em relação aos procedimentos, utilizou-se a pesquisa bibliográfica e a pesquisa-acção (investigação-acção).

A pesquisa bibliográfica, ou de fontes secundárias, abrange toda bibliografia já tornada pública em relação ao tema de estudo, desde publicações avulsas, boletins, jornais, revistas, livros, pesquisas, monografias, teses, material cartográfico etc., até meios de comunicação orais: rádio, gravações em fita magnética e audiovisuais: filmes e televisão. Sua finalidade é colocar o pesquisador em contato [sic] direto [sic] com tudo o que foi escrito, dito ou filmado sobre determinado assunto, inclusive conferências [sic] seguidas de debates que tenham sido transcritos por alguma forma, quer publicadas, quer gravadas (Marconi & Lakatos, 2003, p. 183)

Assim, a pesquisa bibliográfica serviu para fundamentar teoricamente, compreender o modo pelo qual a tecnologia influencia o processo de ensino-aprendizagem da Geometria Descritiva, buscando desta forma os autores que se preocupam com as questões apresentadas na presente pesquisa, bem como a análise dos resultados encontrados.

A pesquisa-acção ou investigação-acção pode ser definida como sendo

[...] Um tipo de pesquisa com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação [sic] ou com a resolução de um problema coletivo [sic] e no qual os pesquisadores e participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo. (Thiollent, 1986, p. 14)

Ainda em relação à pesquisa-acção, encontramos o seguinte:

Num momento em que se fala da importância do estabelecimento de uma cultura de colaboração entre professores como estratégias de desenvolvimento

profissional e formação ao longo da vida por um lado, e, por outro, como factor chave para o sucesso de reformas educativas, em particular as que implicam a utilização das tecnologias de informação e comunicação, [...], esperamos que este revisitar da Investigação-Acção constitua um desafio para todos os profissionais que querem contribuir para a melhoria das práticas educativas. Porque, [...], verificamos que sempre que numa investigação em educação se coloca a possibilidade, ou mesmo necessidade, de proceder a mudanças, [...], de intervir na reconstrução de uma realidade, a Investigação-Acção regressa de imediato à ribalta para se afirmar como a metodologia mais apta a favorecer as mudanças nos profissionais e/ou nas instituições educativas que pretendem acompanhar os sinais dos tempos, o que só é possível quando toda uma comunidade educativa se implica num mesmo dinamismo de acção e intervenção. (Coutinho, et al., 2009, p. 356)

Isso revela claramente que a pesquisa-acção (investigação-acção) exige o envolvimento activo do pesquisador e a acção por parte das pessoas ou grupos envolvidos no problema. Ou seja, nesta pesquisa tal como (Prodanov & Freitas, 2013, pp. 66-67) descrevem, “os pesquisadores e os participantes envolvem-se no trabalho de forma cooperativa [...] devendo ser realizada numa organização (empresa ou escola por exemplo)”.

Por isso, em função destes fundamentos, fez-se o levantamento bibliográfico (busca de fontes), leitura do material, fichamento e a organização lógica das ideias chaves que sustentam o impacto das Tecnologias de Informação e Comunicação no processo de ensino-aprendizagem da Geometria Descritiva e a consulta aos especialistas em investigação científica e em *GeoGebra*. Além disso, realizou-se também um detalhamento teórico, metodológico e técnico de modo exaustivo do *software GeoGebra*, fundamentalmente para as construções geométricas que foram realizadas nas actividades desenvolvidas, estimulando a participação activa dos estudantes.

Participantes

Participaram na pesquisa 62 estudantes do II ano e 41 estudantes do III ano de licenciatura do Curso de Ensino de Matemática do Instituto Superior de Ciências de Educação (ISCED-Uíge).

Procedimentos

A experiência foi realizada por meio de actividades desenvolvidas no Laboratório de Informática da instituição, em grupos de no máximo 30 estudantes, ocupando cada um deles um computador, e por meio de uma retroprojectora o docente orientava a

ferramentas e os respectivos procedimentos a serem utilizados nas construções solicitadas. Desta forma, o principal objectivo de cada actividade foi de fornecer conhecimentos actualizados com a utilização do *GeoGebra* estimulando desta forma não somente a matéria mas também o aprendizado com o *GeoGebra*.

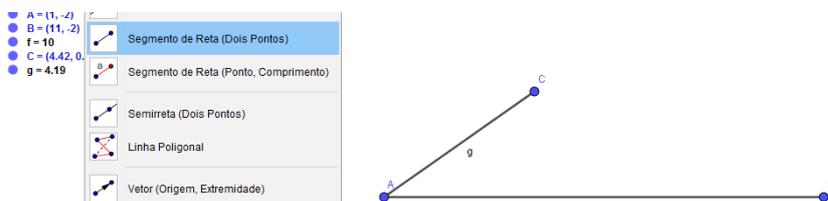
Exemplo de um exercício resolvido sob orientação do docente: Use os procedimentos interactivos do *GeoGebra* para representar o espaço de projecção proposto por *Gaspard Monge*. Seguidamente represente os planos bissectores e divisão do espaço de projecção em triedros.

Solução: Em primeiro lugar, o docente deverá explicar aos estudantes os conceitos de plano e sua definição em Geometria Descritiva. Em seguida, com o computador ligado e a janela do *software* aberta, orientar a sua utilização para representar o plano no espaço tridimensional usando o *GeoGebra*, versão 5.0., explicando também que esta situação, pode ser resolvida utilizando a folha gráfica 2D ou a folha gráfica 3D.

Resolução 1: Com a folha gráfica 2D, temos os seguintes passos:

Passo 1: Como um plano é representado por um paralelogramo, então para traçarmos o plano horizontal devemos traçar um paralelogramo na posição horizontal. Por isso, por meio da ferramenta “segmento de recta (dois pontos)” dois segmentos de recta concorrentes em A formando entre eles um ângulo agudo, conforme a figura abaixo.

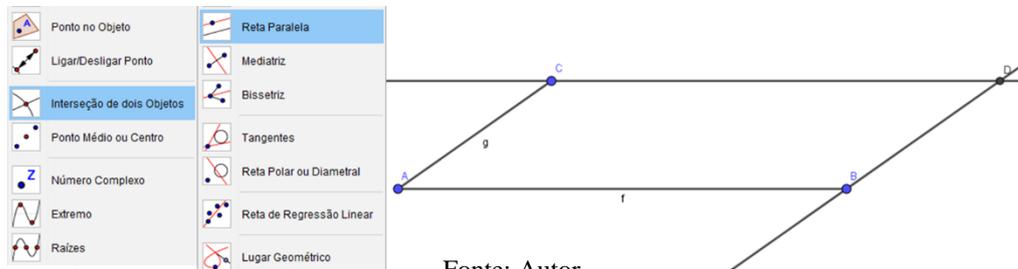
Figura 5- Passo 1 da resolução em 2D



Fonte: Autor

Passo 2: Por meio da ferramenta “recta paralela” trace duas rectas paralelas aos dois segmentos anteriores passando pelos pontos B e C que se intersectam no ponto D, conforme a figura abaixo.

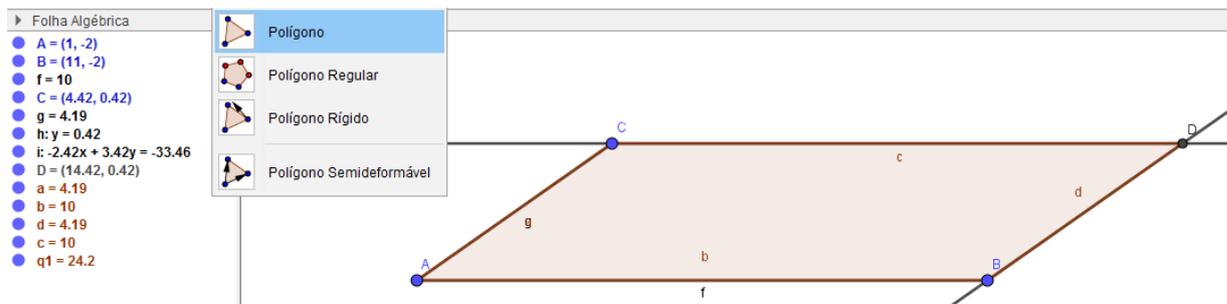
Figura 6- Passo 2 da resolução em 2D



Fonte: Autor

Passo 3: Por meio da ferramenta “polígono” trace o paralelogramo ABCD que é o plano horizontal, conforme a figura abaixo.

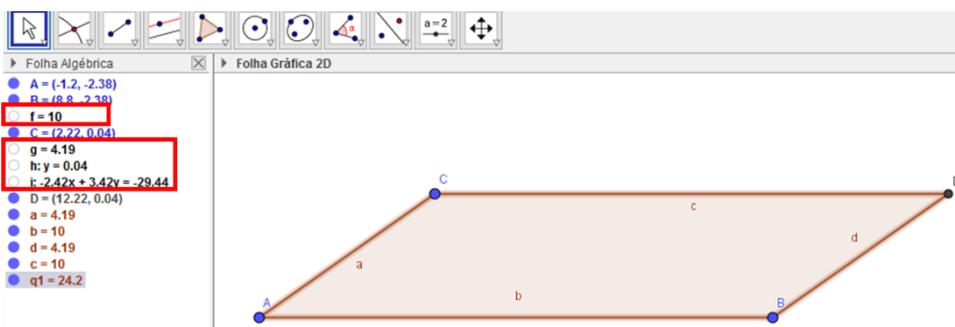
Figura 7- Passo 3 da resolução em 2D



Fonte: Autor

Passo 4: Active a invisibilidade dos elementos auxiliares desactivando a cor azula associada às equações dos segmentos e das rectas, conforme a figura abaixo.

Figura 8- Passo 4 da resolução em 2D

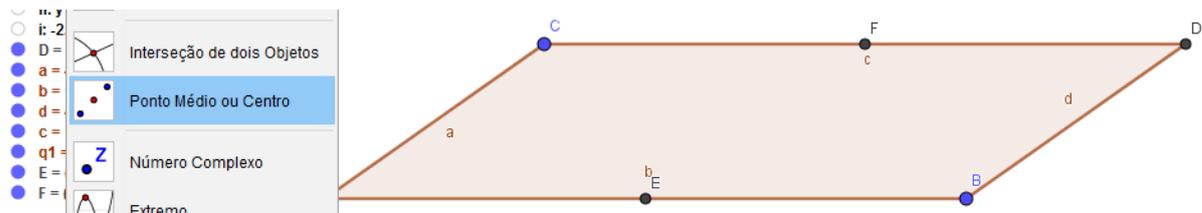


Fonte: Autor

Passo 5: Para traçarmos o plano frontal (vertical) que é perpendicular ao plano horizontal, devemos antes determinar o segmento médio do plano horizontal. Por isso, por meio da ferramenta “ponto médio ou centro”, determine os pontos médios dos lados maiores do paralelogramo que são os pontos E e F. Para fazer isso, depois de activar a

ferramenta em causa, clique nas extremidades do segmento que forma o lado maior, conforme a figura abaixo.

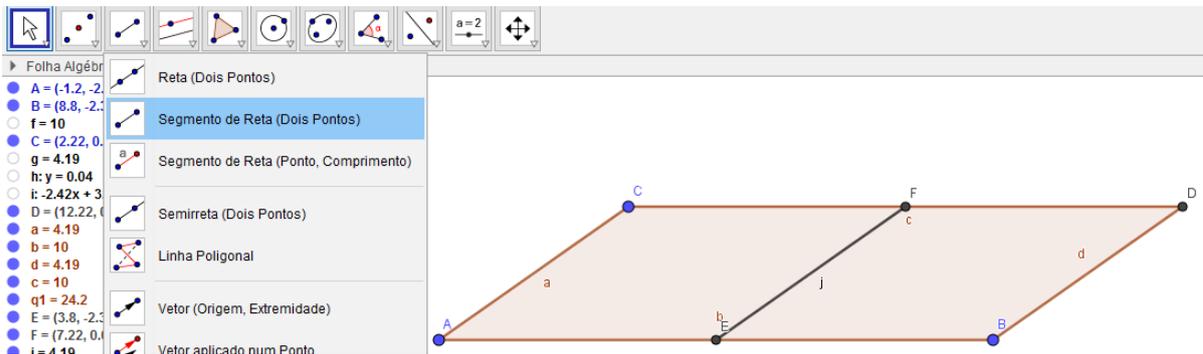
Figura 9- Passo 5 da resolução em 2D



Fonte: Autor

Passo 6: Por meio da ferramenta “segmento de recta (dois pontos)” trace o segmento EF que divide o plano (paralelogramos) em dois semiplanos iguais, conforme a figura abaixo.

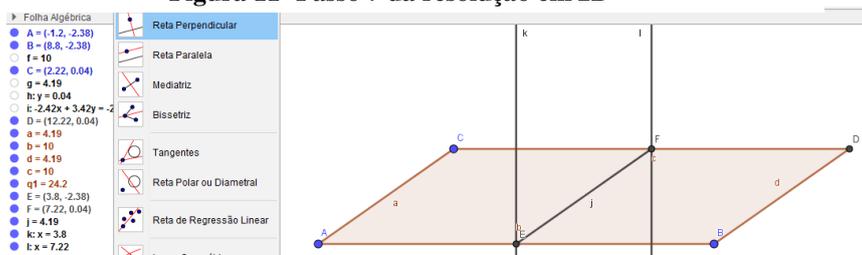
Figura 10 - Passo 6 da resolução em 2D



Fonte: Autor

Passo 7: Por meio da ferramenta “recta perpendicular” trace duas rectas perpendiculares ao plano passando pelos pontos médios (E e F), conforme a figura abaixo.

Figura 11- Passo 7 da resolução em 2D

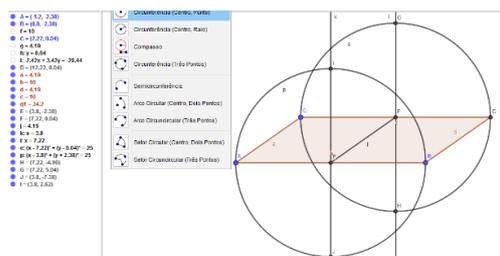


Fonte: Autor

Passo 8: Por questões de estética e beleza, é necessário que o plano frontal tenha as mesmas dimensões com o plano horizontal. Por isso, por meio da ferramenta

“circunferência (centro, ponto)” tracemos duas circunferências de centros nos pontos médios e raios FD e EB respectivamente que intersectam as rectas nos pontos G, H, I e J respectivamente, conforme a figura abaixo.

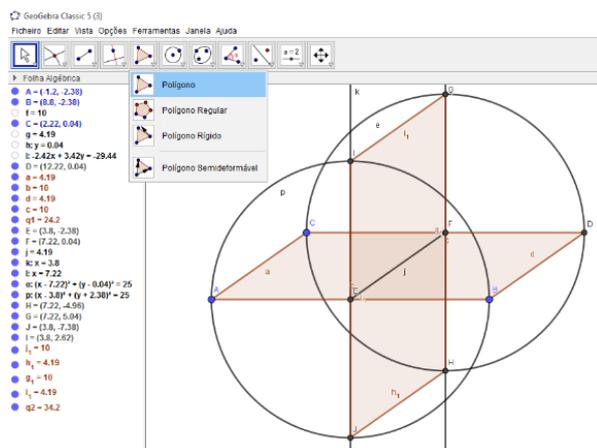
Figura 12- Passo 8 da resolução em 2D



Fonte: Autor

Passo 9: Por meio da ferramenta “polígono” trace o paralelogramo GHIJ que é o plano frontal de projecção, conforme a figura abaixo.

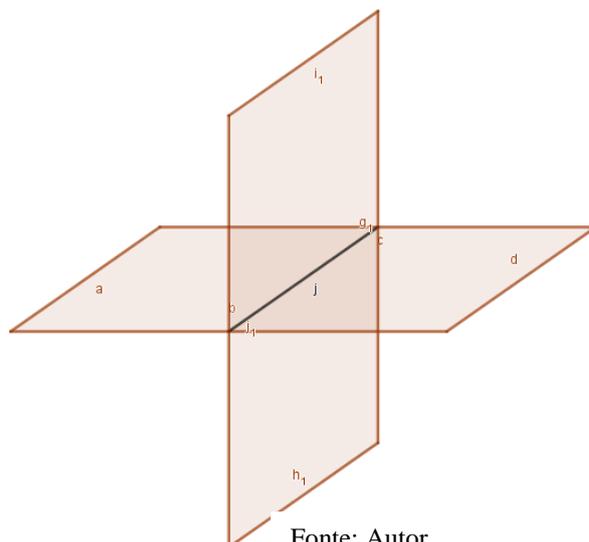
Figura 13- Passo 9 da resolução em 2D



Fonte: Autor

Passo 10: Para destacar apenas os planos de projecção desactive na folha algébrica a cor azul associada a cada uma das equações das circunferências e das rectas, conforme a figura 14, abaixo.

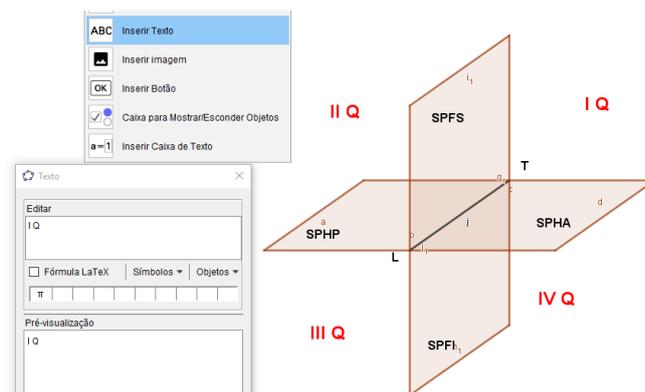
Figura 14- Passo 10 da resolução em 2D



Fonte: Autor

Passo 11: Por meio da ferramenta “inserir texto” escreva a constituição do espaço resultante dos dois planos de projecção. Para fazer isso, depois de activar a ferramenta em causa dê um clique no local onde deseja escrever e aparecerá a caixa de diálogo onde deverá escrever o que pretende e quando terminar clique em *ok*, conforme a figura 15, abaixo.

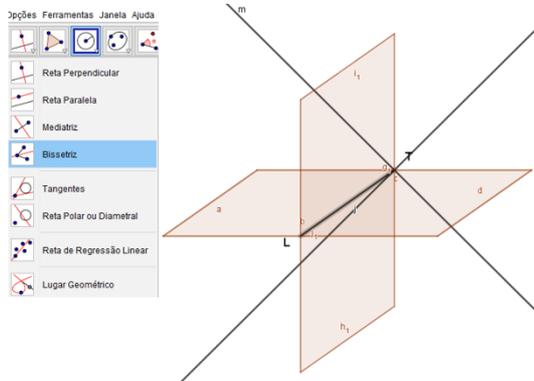
Figura 15- Passo 11 da resolução em 2D - constituição do espaço de projecção segundo Gaspard



Fonte: Autor

Passo 12: Para representarmos os planos bissectores, devemos antes traçar as bissectrizes dos quadrantes. Assim, por meio da ferramenta “intersecção de dois objectos” determine a intersecção das mediatrizes do triângulo determinando o ponto E que é o centro da circunferência, conforme a figura abaixo.

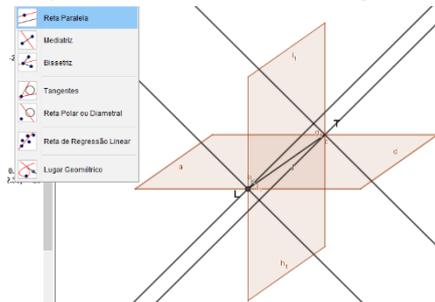
Figura 16- Passo 12 da resolução em 2D (bissetrizes dos quadrantes)



Fonte: Autor

Passo 13: Por meio da ferramenta “recta paralela” trace duas rectas paralelas às bissetrizes pelo ponto K, conforme a figura 17, abaixo.

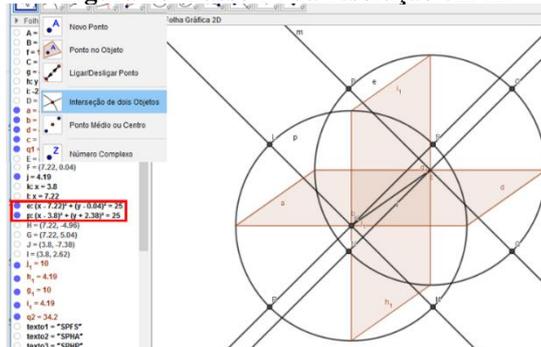
Figura 17- Passo 13 da resolução em 2D



Fonte: Autor

Passo 14: A partir da folha algébrica, active a visibilidade das circunferências auxiliares que intersectam as bissetrizes nos pontos L, M, N, Q, O, P, Q, R e S, conforme a figura abaixo.

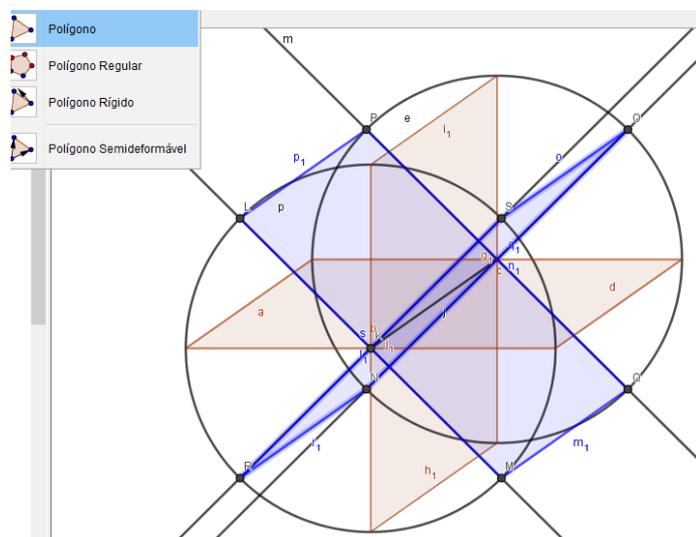
Figura 18- Passo 14 da resolução em 2D



Fonte: Autor

Passo 15: Por meio da ferramenta “polígono” trace os polígonos NOSR e MMPQ, conforme a figura abaixo.

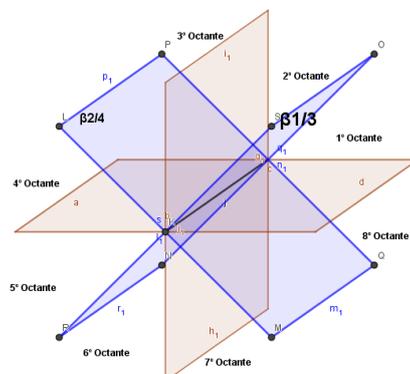
Figura 19- Passo 15 da resolução em 2D



Fonte: Autor

Passo 16: Activando a invisibilidade dos elementos auxiliares a partir da zona gráfica, e utilizando a ferramenta “texto” temos o espaço dividido em oito partes iguais denominadas octantes, conforme a figura abaixo.

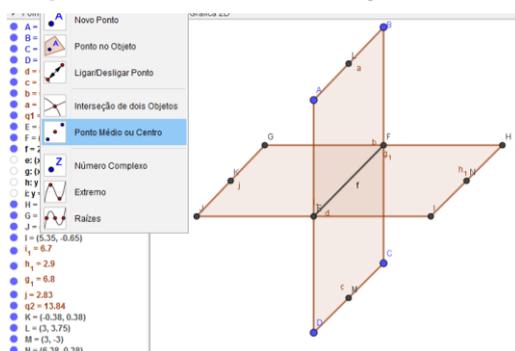
Figura 20- Passo 16 da resolução em 2D (espaço dividido em octantes)



Fonte: Autor

Passo 17: Para apresentarmos o espaço dividido em triedros devemos traçar o plano de perfil. Para fazer isso, partindo do espaço dividido em quadrantes, devemos por meio da ferramenta “ ponto médio” determinar os pontos médios dos dois planos, como se ilustra na figura abaixo.

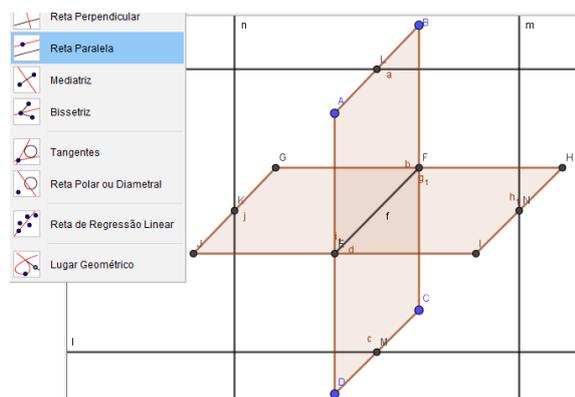
Figura 21 - Passo 17 da resolução em 2D



Fonte: Autor

Passo 18: Por meio da ferramenta “ recta paralela” traçar dois pares de rectas de modo que cada par delas seja paralelo a um dos plano e perpendicular ao outro passando pelos pontos médios, conforme a figura abaixo.

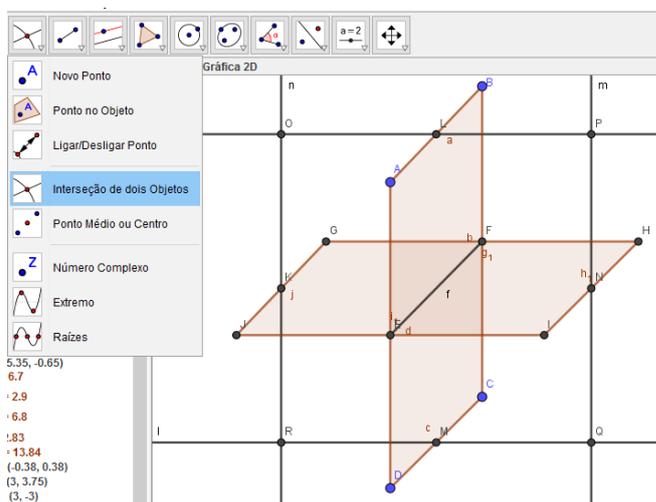
Figura 22- Passo 18 da resolução em 2D



Fonte: Autor

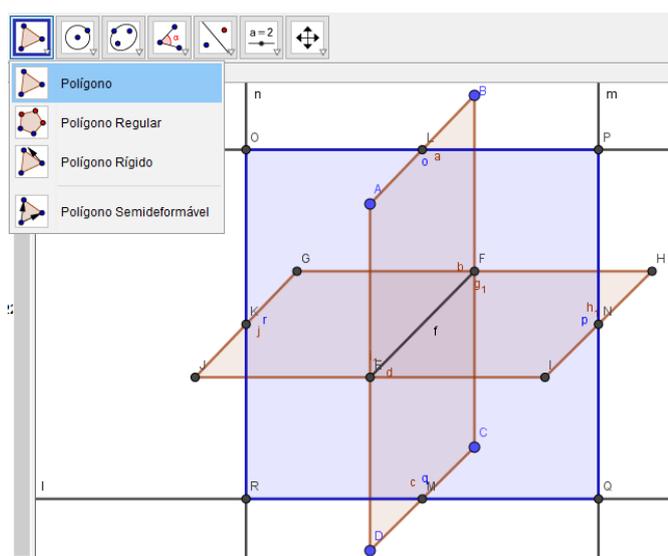
Passo 19: Por meio da ferramenta “ intersecção de dois objectos” determinar os pontos de intersecção (O, P, Q e R) das rectas traçadas no passo anterior, conforme a figura abaixo.

Figura 23- Passo 19 da resolução em 2D



Passo 20: Por meio da ferramenta “ polígono” traçar o polígono definido pelos pontos de intersecção das rectas, no caso assim teremos o plano OPQR que é o plano de perfil, conforme a figura abaixo.

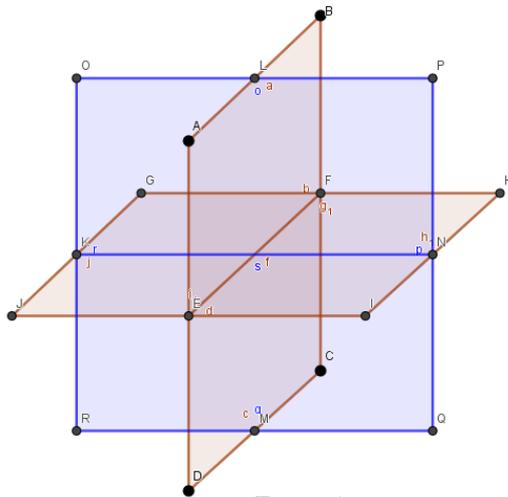
Figura 24- Passo 20 da resolução em 2D



Fonte: Autor

Passo 21: Activando a invisibilidade das rectas teremos a representação mais clara do espaço dividido em oito (8) triedros, conforme a figura abaixo.

Figura 25- Passo 21 da resolução em 2D

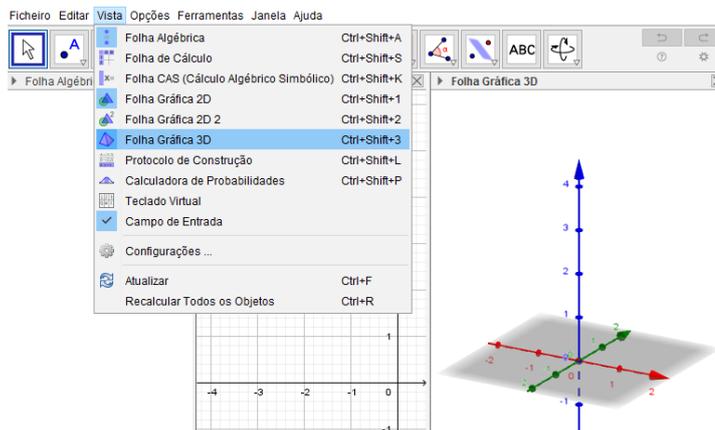


Fonte: Autor

Resolução 1.2- Com a folha gráfica 3D. Para representar o plano no espaço tridimensional usando o GeoGebra, versão 5.0, segue-se o seguinte itinerário:

Passo 1 – Com a janela do *GeoGebra* aberta, clique no menu “vista” e seleccione folha gráfica 3D. Isto pode ser feito directamente com a combinação das teclas **Control+Shift+3**

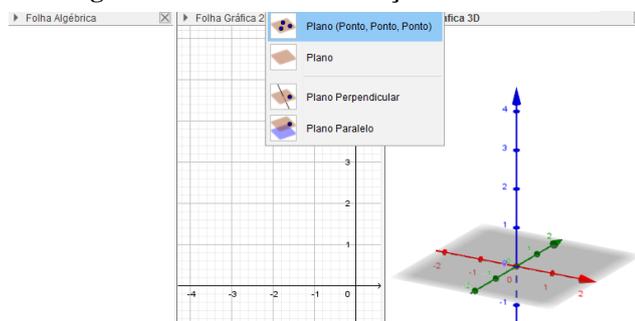
Figura 26- Passo 1 (abertura da folha gráfica 3D)



Fonte: Autor

Passo 2 – Seleccione Plano (Ponto, ponto, ponto).

Figura 27- Passo 2 da resolução em 3D

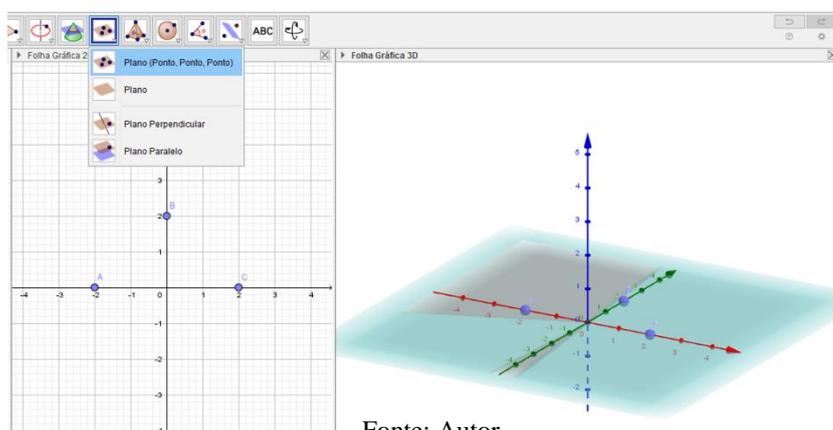


Fonte: Autor

Obs.: Para traçar um plano basta seleccionar três pontos não colineares em dois dos eixos coordenados. O traçado dos planos coordenados segue o seguinte roteiro:

Passo 3 – Para traçar o **plano horizontal** (plano xoy), deve-se seleccionar três pontos não colineares nos dois eixos horizontais (x e y), tendo o eixo x , o seu director.

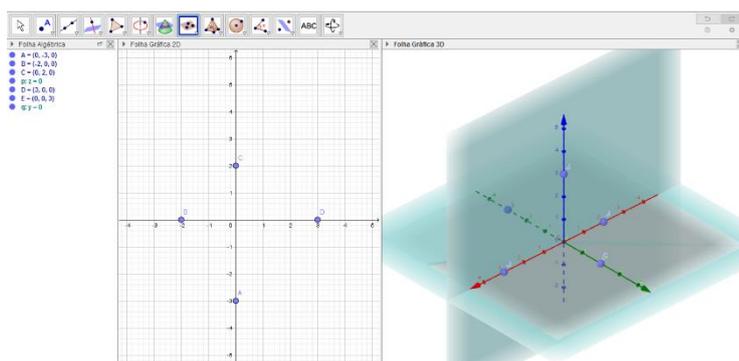
Figura 28- Passo 3 da resolução em 3D (representação do plano horizontal)



Fonte: Autor

Passo 4 – Para traçar o **plano frontal** (plano xoz), deve-se seleccionar três pontos não colineares nos eixos (x e z), tendo o eixo z , o seu director.

Figura 29- Passo 4 da resolução em 3D (traçado do plano frontal)



Fonte: Autor

Passo 5 – Para melhorar a visualização, deve-se **alterar a cor**, de modo que cada plano tenha a sua. Para fazer isso, abaixo descrevem-se os procedimentos:

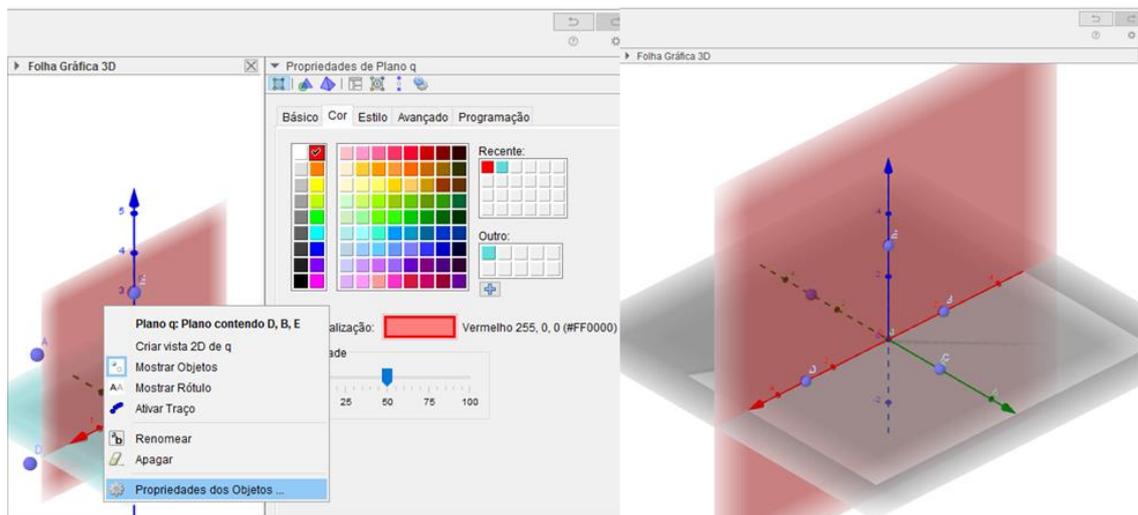
- 1-Direccione o cursor no plano que pretende trocar de cor;
- 2-Dê um clique direito e que de seguida aparecerá uma caixa de diálogo.

3-Selecionar propriedades dos objectos;

4-Clique em cor;

5-Escolha a cor desejada na grelha de cores que aparecer e feche a caixa de diálogo.

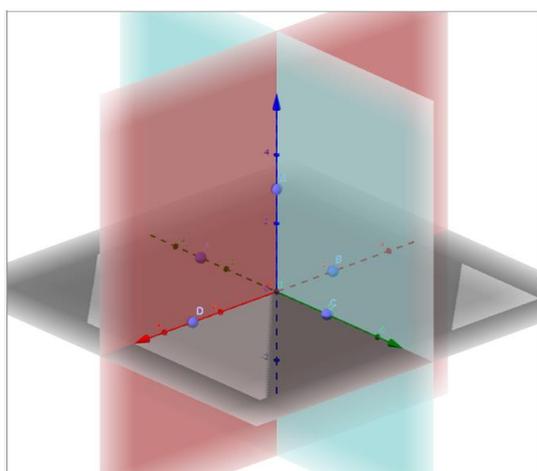
Figura 30- Passo 5 da resolução em 3D (espaço dividido em quadrantes ou diedros)



Fonte: Autor

Passo 6 – Para traçar o **plano de perfil** (plano yoz), deve-se seleccionar três pontos não colineares nos eixos (x e z), tendo o eixo y, o seu director, conforme a figura abaixo.

Figura 31- Passo 6 da resolução em 3D (espaço dividido em oito (8) triedros trirectangulares)

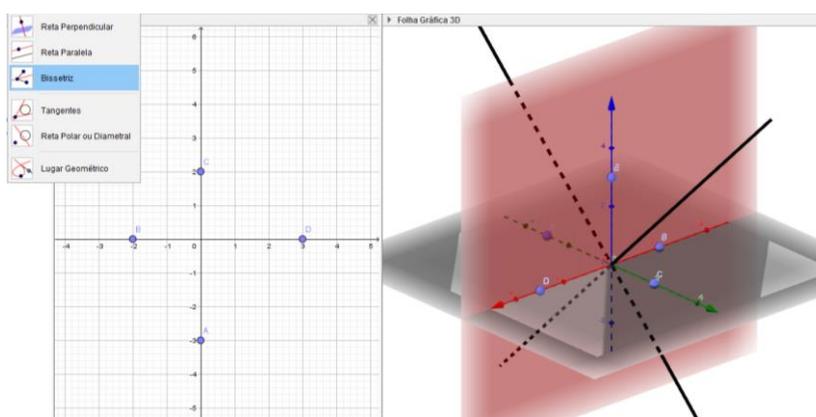


Fonte: Autor

Passo 7 – Para traçar os planos bissectores, primeiramente active a ferramenta “bissectriz” e seguidamente dê dois cliques com o rato nos eixos y e z de seguida na zona

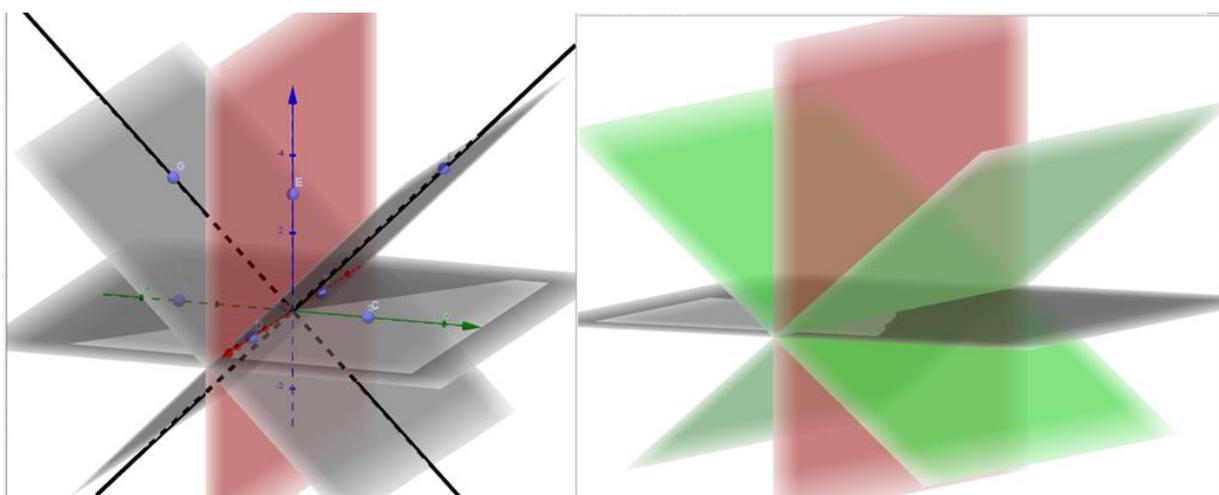
RECH- Revista Ensino de Ciências e Humanidades – Cidadania, Diversidade e Bem Estar. ISSN 2594-8806
gráfica aparecerão as bissetrizes que serão as rectas directoras dos respectivos planos bissectores, como se ilustra na figura abaixo.

Figura 32- Passo 7 da resolução em 3D (traçado das bissetrizes)



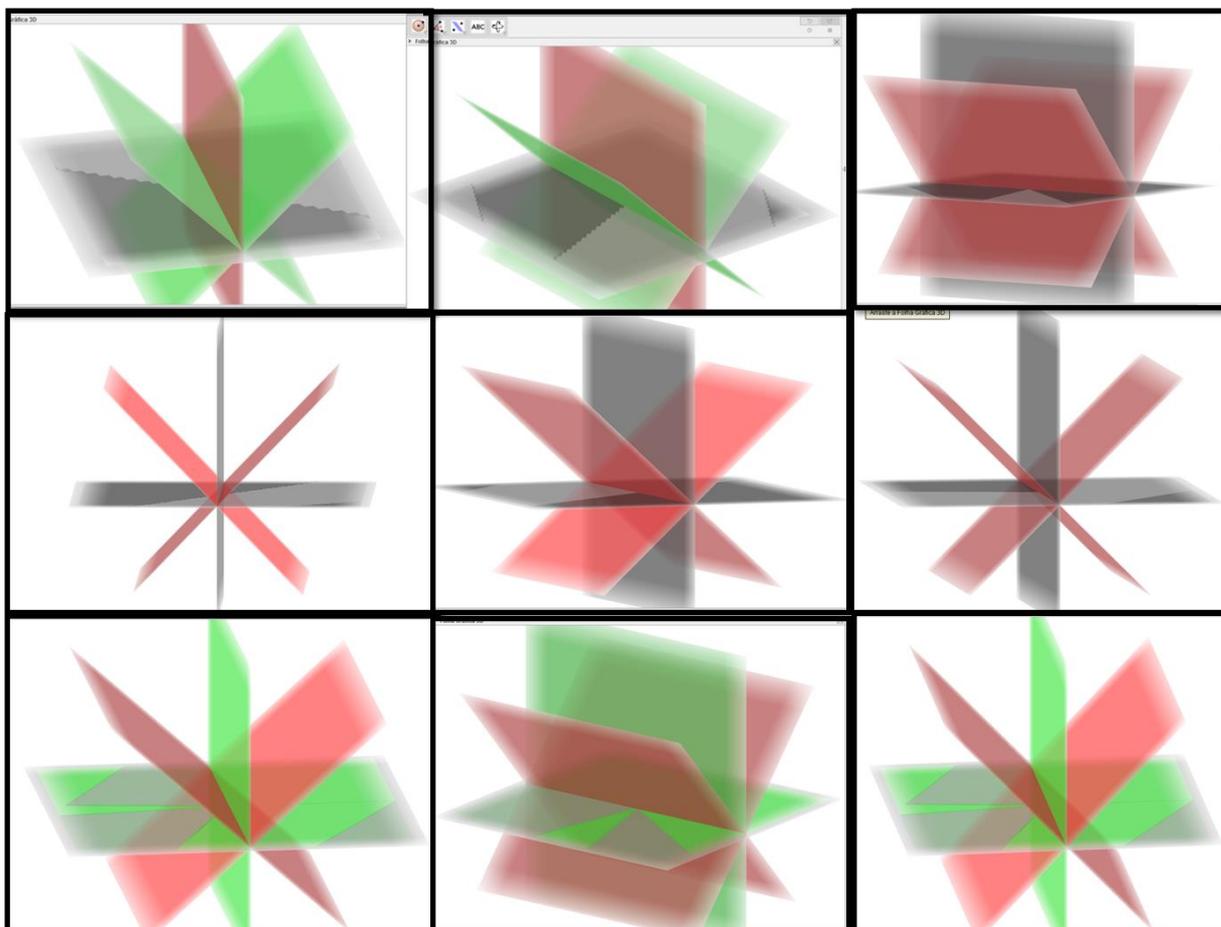
Passo 8 – Para traçar os planos bissectores, seleccione três pontos não colineares no eixo x e na bissetriz, conforme a figura abaixo.

Figura 33- Passo 8 da resolução em 3D (espaço dividido em octantes)



Passo 9 – Para ver a figura em várias perspectivas, seleccione a opção “rodar a vista 3D”. Abaixo apresenta-se uma sucessão de várias perspectivas resultantes do proceso dinâmico do *GeoGebra*.

Figura 34- Perspectivas resultantes do processo dinâmico do GeoGebra



Fonte: Autor

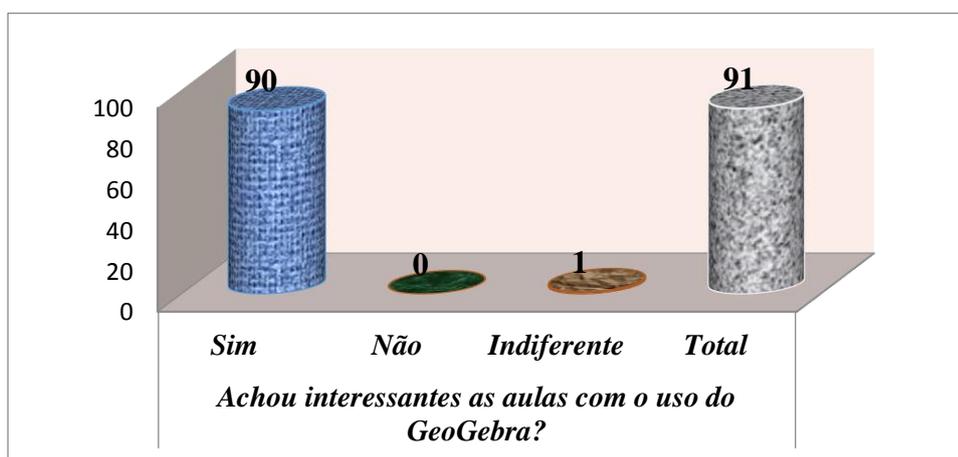
RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os relatos que a seguir apresentamos são frutos das reações obtidas nos estudantes por meio de um inquérito no final das atividades realizadas. Por motivos de ausência de alguns estudantes, o diagnóstico final foi respondido apenas por 91 estudantes sendo 55 estudantes do II ano e 36 estudantes do III ano respectivamente, faltando 12 estudantes em relação ao diagnóstico inicial, sendo 7 estudantes do II ano e 5 estudantes do III ano. Foram utilizadas para as respostas dos estudantes as notações ECEM¹ N°001, ECEM N°002, ..., ECEM N°103

¹ ECEM: Estudante do Curso de Ensino de Matemática

Solicitados se acharam interessantes as aulas com o uso do *GeoGebra*, os estudantes foram quase unânimes como se pode ver no gráfico abaixo.

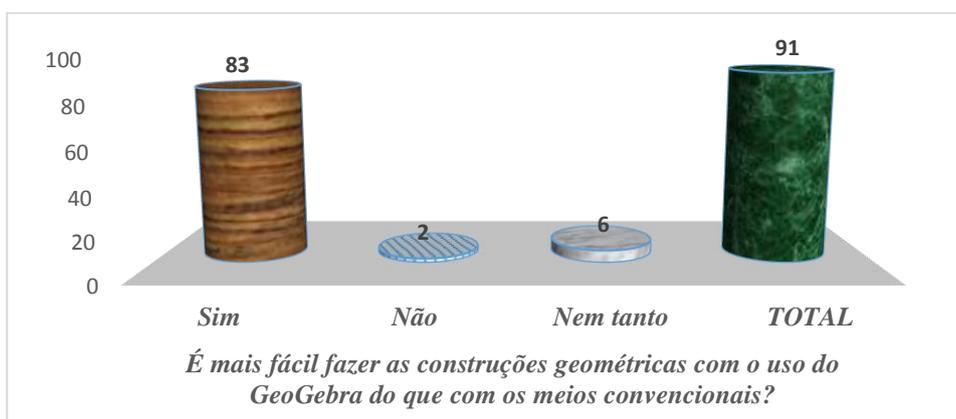
Gráfico 1- Respostas da pergunta 1



Fonte: Dados da pesquisa

Em relação a questão sobre a maior facilidade de fazer as construções geométricas por meio do *GeoGebra* do que com os meios convencionais, 83 responderam sim, é mais fácil fazer as construções geométricas usando o *GeoGebra*, 2 responderam não e 6 responderam que nem tanto como consta no gráfico abaixo.

Gráfico 2- Respostas da pergunta 2

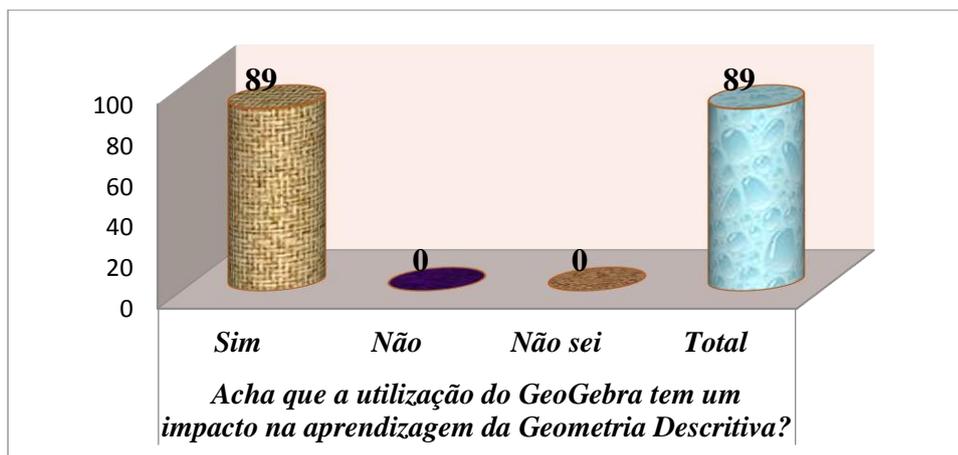


Fonte: Dados da pesquisa

A terceira questão colocada foi a seguinte: “acha que a utilização do *GeoGebra* tem um impacto na aprendizagem da Geometria Descritiva?”. Nesta pergunta apenas 89

RECH- Revista Ensino de Ciências e Humanidades – Cidadania, Diversidade e Bem Estar. ISSN 2594-8806
estudantes responderam sim. Infelizmente, dois estudantes não assinalaram qualquer uma das alternativas, como se vê no gráfico abaixo.

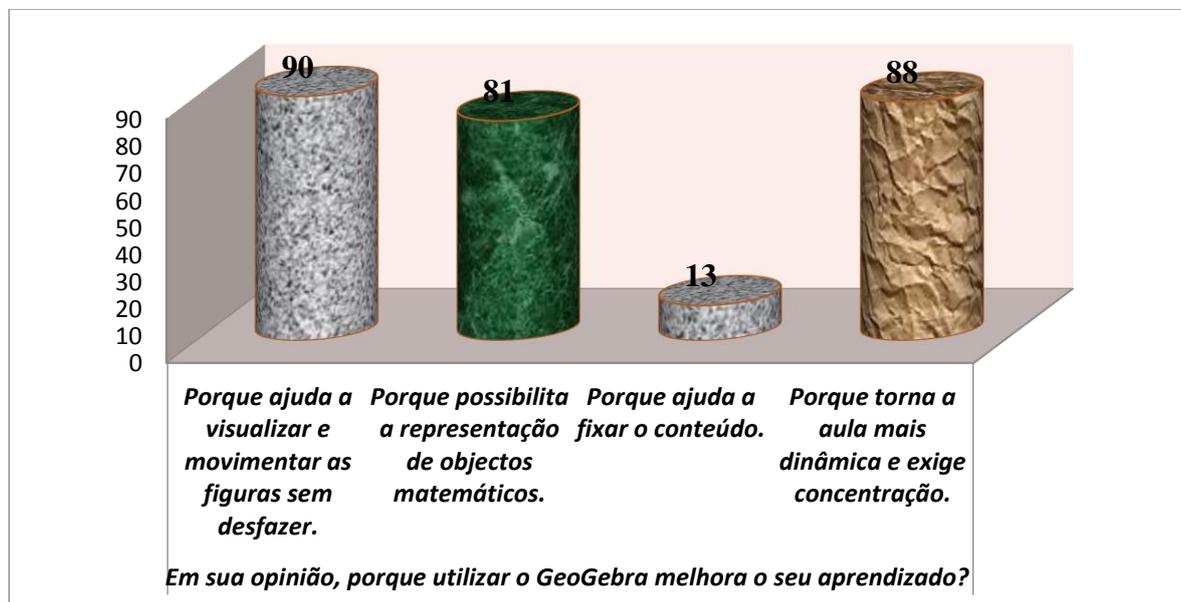
Gráfico 3- Respostas da pergunta 3



Fonte: Dados da pesquisa

Quando foram questionados sobre “o porquê a utilização do *GeoGebra* melhora a aprendizagem da Geometria Descritiva”, as opções mais escolhidas por eles foram: 89 estudantes optaram “porque ajuda a visualizar e movimentar as figuras sem desfazer” (90); “porque torna a aula mais dinâmica e exige concentração” (88); “porque possibilita a representação de objectos matemáticos” (81) e “Porque ajuda a fixar o conteúdo” (13), como mostra o gráfico abaixo.

Gráfico 4- Respostas da pergunta 4



Fonte: Dados da pesquisa

Pelos dados nota-se claramente que a visualização e a dinâmica são elementos que adubaram a melhoria da aprendizagem por parte dos estudantes em causa.

Relativamente as principais dificuldades enfrentadas em trabalhar com o *GeoGebra*, entre as várias (cada um em suas palavras mas que se resume na mesma ideia) destacam-se as seguintes: 73 estudantes responderam que “no início não foi fácil identificar rapidamente a ferramenta adequada a ser utilizada”; 47 estudantes disseram que “a construção de ângulos é um pouco complicada por causa da escolha do sentido, e que muitas vezes depois de contruir era necessário refazer sempre que o mesmo não tivesse o sentido desejado”; 37 estudante disseram que “a construção de arcos foi difícil visto que só se faz de um único sentido” e 11 estudantes responderam que “é difícil redefinir as figuras após o ficheiro ser guardado e fechado”.

Para terminar, foram questionados sobre o que acham do projecto e, os estudantes foram unânimes em afirmarem que é uma iniciativa boa e que não pode parar porque facilita a feitura e compreensão de várias figuras geométricas que usando os meios convencionais geram grandes dificuldades. Além disso, também consideram o projecto como um elemento que veio despertar e incentivar o uso das tecnologias de Informação e comunicação, elemento este que vai facilitar a escrita das suas monografias e não só,

RECH- Revista Ensino de Ciências e Humanidades – Cidadania, Diversidade e Bem Estar. ISSN 2594-8806

como se pode ver por exemplo o escrito por um dos estudantes: “*este projecto veio na hora certa porque me deu luzes e esperança para começar a escrever a minha monografia porque eu tinha muito receio de começar visto que terei muitas figuras*”, ECEM N°87.

Queremos aqui ressaltar que, as várias dificuldades apresentadas pelos estudantes e os erros cometidos na realização das construções, não foram analisadas apenas na perspectiva negativa porque os erros implicavam a reformulação e reorientação de procedimentos tal como (Borba & Penteado, 2002) no artigo publicado na Revista *Educação em Revista*, defendem que a reformulação dos procedimentos envolve a análise dos erros cometidos estimulando desta forma o processo de reflexão que é um elemento fundamental na construção do conhecimento.

Em suma, os depoimentos dos estudantes descritos nos questionários, mostram claramente que, houve uma mudança satisfatória por parte dos mesmos quanto ao processo de ensino e aprendizagem da Geometria Descritiva mediado pelo *software GeoGebra*.

CONCLUSÕES

A principal contribuição deste artigo centrou-se no fornecimento de directrizes metodológicas para a representação de planos no espaço tridimensional por meio do *software GeoGebra*, demonstrando desta forma as potencialidades que este software tem no tem no processo de ensino-aprendizagem da Geometria Descritiva.

A introdução das novas tecnologias de informação e comunicação de modo geral e o *GeoGebra* em particular, geram mudanças na dinâmica das aulas, na função do professor e incitam o uso do computador por parte de todos os elementos envolvidos no processo de ensino-aprendizagem. Percebeu-se isso através das actividades desenvolvidas na implementação do uso do *software GeoGebra*, os estudantes ficaram mais motivados, questionavam ferramentas e movimentos realizados nas janelas “gráfica” e “algébrica”, e ficavam tão contentes quando terminavam com êxito as construções indicadas nos exercícios propostos. Ou seja, harmonizar o processo de ensino-aprendizagem da Geometria Descritiva ao *GeoGebra* gerou aulas mais participativas e dinâmicas, garantiu a observação, a análise e curiosidades aos estudantes

durante e depois das actividades desenvolvidas contribuindo desta forma na construção do conhecimento e autoconhecimento dos mesmos.

O uso do *software GeoGebra*, entre as várias utilidades que ele apresenta e tendo em conta o trabalho ilustrado, mostra que facilita não só a representação dos planos mas também permite ver os mesmos em várias perspectivas, facilitando desta forma a compreensão detalhada. Com este aplicativo é possível obter várias perspectivas, observar a projecção ortogonal de uma recta, segmento ou eixo sobre um plano perpendicular a ele reduzida a um ponto, visualizar os 4 diedros e os 8 triedros trirectangulares que os 3 eixos coordenados formam no espaço.

Em função aos resultados obtidos e a satisfação notada nos estudantes durante as actividades desenvolvidas, concluiu-se que o *software GeoGebra* é um recurso prático, dinâmico e atractivo e que pode romper paradigmas de modo a transformar o estudante num agente cada vez mais activo e melhora a qualidade do processo de ensino-aprendizagem da Geometria Descritiva.

REFERÊNCIAS

- Borba, M. C., & Pentead, M. C. (Dezembro de 2002). Pesquisas em Informática e Educação Matemática. *Educação em Revista*, 36. Acesso em 15 de Outubro de 2019, disponível em http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/borba/pesquisa_infoem.pdf
- Cerqueira, P. R. (Julho de 2017). O uso do software GeoGebra para visualizar o comportamento do gráfico de funções seno e cosseno quanto aos movimentos de translação, reflexão e deformação. Cruz das Almas-Bahia.
- Coutinho, C. P., Sousa, A., Dias, A., Bessa, F., Ferreira, M. J., & Vieira, S. (2009). Investigação – Acção: Metodologia preferencial nas práticas educativas. *Revista: Psicologia, Educação e Cultura*, XIII, 455-479.
- Knechtel, M. d. (2014). Metodologia da pesquisa em educação: uma abordagem teórico-prática dialogada. Curitiba: Intersaberes.
- Lei-nº17/16. (7 de Outubro de 2016). Diário da República I Série nº 170 de 07 de Outubro.
- Libâneo, J. C. (2007). *Educação Escolar: políticas, estrutura e organização* (5ª ed.). São Paulo: Cortez.
- Lima, H. G., & Costa, D. M. (2007). *Desenvolvimento de um software para o aprendizado de Geometria Descritiva*. Curitiba, Brasil.

RECH- Revista Ensino de Ciências e Humanidades – Cidadania, Diversidade e Bem Estar. **ISSN 2594-8806**

Marconi, M. d., & Lakatos, E. M. (2003). *Fundamentos de metodologia científica* (5ª ed.). São Paulo: Altas S.A.

Prodanov, C. C., & Freitas, E. C. (2013). *Metodologia do trabalho científico: Métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico*. (2ª). Novo Hamburgo, Rio Grande do Sul, Brasil: Feevale.

Santos, E. T., & Martinez, M. L. (2000). *Software para ensino de Geometria e Desenho Técnico*. São Paulo, Brasil: Gráfica Ouro Preto.

Silva, P. C. (2018). *Geometria Espacial: Uso do aplicativo GeoGebra em Smartphones*. Catalão-GO.

Thiollent, M. (1986). *Metodologia da Pesquisa-ação*. (2ª). São Paulo, Brasil: Cortez Editora - Autores Associados. Acesso em Outubro de 22 de 2019, disponível em https://www.academia.edu/32028417/Metodologia_Da_Pesquisa_Acao_Michel_Thiollent?auto=download&email_work_card=download-paper

Recebido: 26/1/2021. Aceito: 20/4/2021.

Autores:

Zeca Catuco André Quimuanga

Mestrando em Ciências de Educação na especialidade de Ensino de Matemática pelo Instituto Superior de Ciências de Educação do Cuanza Sul (ISCED CS), Angola

E-mail: zecatuco@gmail.com

Raúl Ceregado Domínguez

Professor Titular. Docente do Instituto Superior de Ciências de Educação do Cuanza Sul (Angola)

E-mail: acerege09@gmail.com