

ELABORAÇÃO DE TAREFAS MATEMÁTICAS ABERTAS PARA O ENSINO DE PROBABILIDADE: CONSTRUÇÕES NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES QUE ENSINARÃO MATEMÁTICA

DEVELOPMENT OF OPEN MATHEMATICAL TASKS FOR PROBABILITY TEACHING: CONSTRUCTIONS IN THE PRE SERVICE MATHEMATICS TEACHERS

Delma Pereira Borges¹
Joubert Lima Ferreira²
André Pereira da Costa³

RESUMO

Este artigo tem como objetivo analisar tarefas matemáticas abertas sobre probabilidade, elaboradas por um professor em formação inicial em Matemática. O texto toma como base os constructos teóricos sobre tarefas matemáticas (Ponte, 2005) e sobre o conhecimento especializado do professor que ensina Matemática (Carrillo et al., 2013). Trata-se de uma pesquisa de abordagem qualitativa, realizada por meio de um estudo de caso. Os dados foram obtidos por meio da gravação em vídeo de aulas realizadas durante um componente curricular da área de prática. Após serem assistidos, os vídeos foram transcritos e textualizados. Também foram utilizados protocolos contendo as diferentes versões das tarefas elaboradas. A análise dos dados evidenciou que os professores em formação, especialmente aquele que compôs o caso estudado, apresentaram dificuldades em compreender a natureza de uma tarefa aberta e em estabelecer relações entre a tarefa, a série, o objeto de conhecimento e a respectiva habilidade. O tempo médio de elaboração da tarefa foi de quatro semanas, o que pode ser destacado como o tempo mínimo necessário para a maturação das ideias, por parte do professor em formação, desenvolvidas com o apoio do professor formador.

Palavras-chave: Formação inicial; Matemática; Tarefas matemáticas abertas; Ensino de probabilidade; conhecimento profissional do professor.

ABSTRACT

¹ Licenciada em Matemática pela Universidade Federal do Oeste da Bahia (UFOB). Foi Bolsista de Iniciação Científica (CNPq). E-mail: delmaborges131@gmail.com. Orcid iD: <https://orcid.org/0009-0004-4405-3742>

² Doutor em Ensino, História e Filosofia das Ciências pela Universidade Federal da Bahia e pela Universidade Estadual de Feira de Santana (UFBA/UEFS). Professor da Universidade Federal do Oeste da Bahia, atuando como Docente Permanente do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT/UFOB). E-mail: joubert.ferreira@ufob.edu.br Orcid iD: <https://orcid.org/0000-0002-4610-4740>

³ Doutor em Educação Matemática e Tecnológica pela Universidade Federal de Pernambuco (UFPE). Professor da Universidade Federal de Campina Grande, atuando como Docente Permanente no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECiMa/UFCG). E-mail: andre.pcosta@outlook.com; Orcid iD: <https://orcid.org/0000-0003-0303-8656>

This article aims to analyze open mathematical tasks on probability, designed by a preservice mathematics teacher. The text is based on theoretical constructs concerning mathematical tasks (Ponte, 2005) and the specialized knowledge of mathematics teachers (Carrillo et al., 2013). This is a qualitative research study, conducted through a case study approach. The data were collected through video recordings of lessons conducted during a practicum-based course. After being reviewed, the videos were transcribed and textualized. Protocols containing the different versions of the tasks developed were also used. The data analysis revealed that the preservice teachers, especially the one who was the focus of the case, had difficulties in understanding the nature of an open task and in establishing connections among the task, the school grade, the mathematical content, and the corresponding skill. The average time taken to develop the task was four weeks, which can be highlighted as the minimum time necessary for the maturation of ideas by the preservice teacher, supported by the teacher educator.

Palavras clave: Initial teacher education; Mathematics; Open mathematical tasks; Probability teaching; Teachers' professional knowledge.

INTRODUÇÃO

Durante a minha trajetória de formação no curso de Licenciatura em Matemática, vivenciei experiências que oportunizaram a construção de conhecimentos didáticos para o tratamento de conteúdos matemáticos, especialmente nas aulas ministradas pelo segundo e pelo terceiro autor. Uma das atividades que possibilitou conhecer novas formas de ensinar conteúdos foi a elaboração de tarefas matemáticas investigativas e exploratórias.

O presente trabalho tem como objetivo analisar tarefas matemáticas abertas sobre probabilidade, elaboradas por um professor em formação inicial em Matemática. Na literatura em Educação Matemática, já existem estudos que tratam do processo de elaboração ou reelaboração de tarefas matemáticas (e.g., Wichnoski & Klüber, 2019). Essa análise visa identificar as contribuições dessa produção para a formação de futuros professores de Matemática. O modelo adotado para a elaboração das tarefas é o de Ponte (2005), que aborda tarefas investigativas e exploratórias.

A análise das tarefas será realizada tendo como referência o modelo teórico *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge* (MTSK), de Carrillo et al. (2013), que trata do conhecimento profissional específico do professor de Matemática, sendo um referencial importante para analisar como futuros professores produzem e planejam utilizar tarefas em suas práticas ou para elas. Para discutir os tipos de tarefas produzidas e o que os futuros professores compreendem sobre elas, serão considerados os trabalhos de Ball, Thames e Phelps (2008) e Swan (2017).

Ao propor o trabalho com tarefas em sala de aula, o professor precisa conhecer

RECH- Revista Ensino de Ciências e Humanidades.

ISSN 2594-8806

o conteúdo a ser abordado; é necessário que ele domine a estrutura matemática envolvida. Deve compreender como o conhecimento se organiza, bem como as práticas pedagógicas, metodologias, investigações e questões sociocientíficas, para então saber como atuar de forma eficaz. Quando o professor domina essas práticas, o uso de tarefas torna-se mais eficiente, podendo gerar resultados mais significativos — desde que se leve em consideração a duração dessas tarefas, pois, quando muito longas, podem gerar certo desinteresse por parte dos alunos.

Além disso, deve-se proporcionar ao aluno um ambiente em que se sinta confortável para construir, de forma independente, o seu próprio conhecimento, desafiando-se e refletindo sobre o que aprendeu, abandonando a concepção tradicional de ensino, na qual os alunos são meros receptores de conhecimentos prontos.

CONCEPÇÕES DE TAREFAS MATEMÁTICAS

As tarefas matemáticas têm ocupado um espaço relevante na literatura brasileira em Educação Matemática nos últimos anos, tanto no contexto da formação inicial quanto da continuada (e.g. Santos; Ferreira, 2023; Cunha; Ferreira, 2021, Fiorentini; Honorato; De Paula, 2023; Homa; Groenwald; Llinares, 2023; Silva; Albrecht; Neves, 2023; Dörr; Neves; Ribeiro, 2023) e na literatura estrangeira (e.g. Winslow; Huo, 2023; Ponte *et al.*, 2013; Watson; Mason, 2007; Watson; Ohtani, 2015; Watson; Thompson, 2015).

Entre os estudos internacionais sobre tarefas matemáticas, destacam-se os trabalhos de Smith e Stein (1998), Stein e Smith (2009), Swan (2005; 2017, 2018), Ponte (2005, 2014) e Boaler (2018), os quais têm se difundido na literatura brasileira como importantes referenciais teóricos para o trabalho com tarefas matemáticas. Esses estudos revelam-se relevantes — e muitas vezes complementares — por trazerem definições para o conceito de tarefa matemática, apresentarem tipologias de tarefas e discutirem como elas criam oportunidades de aprendizagem, além de analisarem sua implementação na Educação Básica e na formação de professores.

Existem vários tipos de tarefas matemáticas que são apresentadas ao longo da trajetória escolar. Mas o que é, de fato, uma tarefa matemática? Para Stein e Smith (2009, p. 22), uma tarefa “é definida como um seguimento da atividade da sala de aula dedicada ao desenvolvimento de uma ideia matemática particular”. Ponte (2005, p. 1) afirma que

“quando se está envolvido numa atividade, realiza-se uma certa tarefa. Uma tarefa é, assim, o objetivo da atividade”. Assim, entendemos que a tarefa é um comando que pode ser verbal ou escrito; e a atividade, o exercício cognitivo do sujeito para realizar a tarefa.

As tarefas podem ser classificadas em vários tipos conforme as características analisadas. Stein e Smith (2009) classificam as tarefas em dois níveis: o primeiro, a abordagem de baixo nível, na qual podem ser utilizados procedimentos de memorização; o segundo, a abordagem de nível elevado, que envolve procedimentos com conexões e a prática da matemática. As tarefas que proporcionam aos alunos a memorização frequentemente oferecem poucas oportunidades para o pensamento. Já as tarefas que fazem os alunos pensarem conceitualmente e estimulam a realização de conexões representam um tipo diferente de oportunidade para o desenvolvimento do pensamento dos alunos (Stein; Smith, 1998, p. 2).

Stein e Smith (1998) elaboram um quadro que classifica as tarefas em três fases: como elas surgem nos materiais curriculares, como são apresentadas pelo professor e como são implementadas pelos alunos na sala de aula. Percebe-se que essas fases são importantes para o desenvolvimento do conhecimento dos alunos e para identificar o que eles realmente aprendem. As tarefas vão se modificando à medida que se passa de uma fase para outra. Algumas dessas modificações podem ser observadas ao compararmos as tarefas propostas nos materiais curriculares e as de ensino, pois quase sempre apresentam graus de dificuldade diferentes.

Para Swan (2017), uma tarefa é algo que o professor pede ao aluno para fazer, e a atividade é a resposta dos alunos. Existem quatro concepções de tarefas desenvolvidas por Swan (2017): (i) desenvolvimento do conhecimento factual e da fluência processual; (ii) desenvolvimento da compreensão conceitual; (iii) competência estratégica; e (iv) competência crítica.

Outra classificação de tarefas é proposta por Ponte (2005, p. 2), na qual ele distingue cinco tipos: exercícios, problemas, investigações, projetos e tarefas de modelagem. Essa classificação é bastante empregada em trabalhos que tratam de tarefas matemáticas (Cunha; Ferreira, 2022; Santos; Ferreira, 2023; Moriel; Wielewski, 2021; Santos, 2020).

Existem duas dimensões fundamentais das tarefas. O grau de desafio matemático, relacionado às dificuldades encontradas nas questões propostas aos alunos, tanto em sala de aula quanto em outros momentos, como avaliações, testes e exames, varia entre os polos

de desafio reduzido e elevado (Ponte, 2005; 2014). A segunda dimensão, o grau de estrutura, começou a receber atenção apenas recentemente e varia entre os polos 'aberto' e 'fechado' (Ponte, 2005; 2014).

Uma tarefa é dita fechada quando, em seus enunciados, está claro o que é dado e o que é pedido. Já uma tarefa é dita aberta quando não está claro o que é dado, o que é pedido ou ambos no enunciado. A seguir, podemos observar as duas dimensões — o grau de desafio matemático e o grau de estrutura — apresentadas por Ponte (2005).

Figura 1- Relação entre diversos tipos de tarefas, em termos do seu grau de desafio e de abertura.



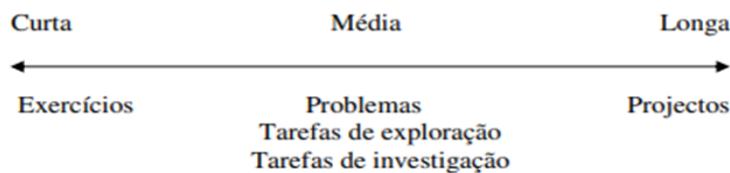
Fonte: Ponte, 2005, p. 8.

De acordo com a figura 1, acima, podemos observar que os exercícios são tarefas fechadas com desafio reduzido; os problemas são fechados, porém apresentam grau de desafio elevado; as tarefas de investigação têm grau de desafio elevado, mas são abertas; e as tarefas de exploração são relativamente consideradas abertas e fáceis. Podemos perceber, com base na análise desse quadro, que nem sempre as tarefas abertas comportam um elevado grau de desafio (Ponte, 2005; 2014).

Qual é a diferença entre as tarefas de investigação e de exploração? A diferença está no grau de desafio de cada tarefa. Quando são propostas aos alunos tarefas sem planejamento desde os anos iniciais escolares, essas tarefas são classificadas como de exploração; caso contrário, a tarefa é considerada de investigação. As tarefas de exploração e os exercícios se aproximam bastante, pois o mesmo enunciado pode se encaixar em ambas as situações, dependendo dos conhecimentos dos alunos e do modo de atuação do professor. É preciso levar em consideração o tempo de duração de cada tarefa e o contexto em que será proposta pelo professor, pois sabemos que algumas tarefas podem durar períodos curtos ou longos (Ponte, 2005).

As tarefas de longa duração podem proporcionar um melhor aprendizado, mas é necessário ter um cuidado especial com esse tipo de tarefa, pois, por durarem mais tempo, podem gerar desinteresse por parte dos alunos, que podem acabar abandonando a tarefa (Ponte, 2005).

Figura 2 - Diversos tipos de tarefas, quanto à duração.



Fonte: Ponte, 2005, p. 9)

Além das dimensões já apresentadas acima, existem outras em que as tarefas se enquadram no contexto da realidade e no da matemática pura. As tarefas no contexto da realidade são aquelas elaboradas a partir de situações reais, muitas vezes do cotidiano dos estudantes. As tarefas de matemática pura são elaboradas exclusivamente no contexto matemático. Intermediando esses extremos, temos a semirrealidade, bastante presente nos livros didáticos. Para Skovsmose (2000), no contexto da semirrealidade, as tarefas estão imersas em contextos que parecem reais, mas foram criados para fins educativos.

CONHECIMENTO PROFISSIONAL DO PROFESSOR

O conhecimento profissional do professor possui características próprias e é um terceiro gênero de conhecimento. Trata-se de um conhecimento que está na docência, isto é, que se elabora na ação, ou seja, o que se constrói em seu interior (contingente); um conhecimento que está na profissão, isto é, que se define em uma dinâmica de partilha e construção coletiva; e um conhecimento que está na sociedade, isto é, que se projeta para fora da esfera profissional e se afirmar em um espaço mais amplo (público) (Nóvoa, 2022, p. 8).

Os estudos desenvolvidos por Shulman (1986) são considerados um marco importante e são os mais utilizados como fundamentação teórica na formação docente e em pesquisas que têm como foco o conhecimento profissional do professor. O modelo desenvolvido por Shulman (1986) envolve três categorias: conhecimento do conteúdo

(SMK), conhecimento curricular (CK) e conhecimento didático do conteúdo (PCK). Essa proposta permite a aplicação do modelo em qualquer área de ensino.

Um modelo bastante difundido foi desenvolvido por Ball et al. (2008), denominado *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT), conhecido em língua portuguesa como conhecimento matemático para ensinar. Esse modelo é uma reconfiguração de duas categorias desenvolvidas por Shulman (1986), que passaram a ser os domínios de sua teoria: conhecimento do conteúdo (SMK) e conhecimento didático do conteúdo (PCK). Os subdomínios do SMK são: conhecimento comum do conteúdo (CCK), conhecimento especializado do conteúdo (SCK) e conhecimento do horizonte matemático (HCK). Os subdomínios do PCK são: conhecimento de conteúdos e estudantes (KCS), conhecimento de conteúdos e ensino (KCT) e conhecimento do currículo (KC).

O modelo desenvolvido por Ball *et al.* (2008) “foi o primeiro a considerar o conhecimento matemático a partir do ponto de vista do ensino, incluindo o conhecimento da estrutura da matéria, as regras que regem como ela funciona e uma reflexão cuidadosa sobre o conteúdo e suas relações” (Moriel; Wielewski, 2017, p. 129).

Carrillo et al. (2013) constataram restrições na aplicação do modelo MKT em estudos de doutorado sobre o conhecimento de professores de matemática. As dificuldades estão associadas à delimitação dos subdomínios SCK e CCK, desenvolvidos por Ball et al. (2008). Após essa constatação, tomaram como base os modelos desenvolvidos por Shulman (1986) e Ball et al. (2008), que visam ao conhecimento geral e específico do professor que ensina matemática, e desenvolveram o modelo teórico *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge* (MTSK), “que traz a perspectiva de que todo conhecimento nele deve ser especializado, ao invés de ter apenas uma parte com tal característica, como ocorre no modelo MKT” (Moriel; Wielewski, 2017, p. 129).

O MTSK, conhecido em língua portuguesa como *conhecimento especializado do professor de matemática*, é um modelo teórico sobre o conhecimento profissional específico de professores de matemática. Neste estudo, é utilizado como referência para analisar como futuros professores produzem e utilizam tarefas em suas práticas. Esse modelo é dividido em dois domínios, aos quais se somam as crenças dos professores sobre a matemática e sobre o ensino e a aprendizagem, que complementam e fazem parte dos subdomínios.



O conhecimento matemático (MK) e o conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK) são, cada um, divididos em três subdomínios. As crenças dos professores sobre a matemática, seu ensino e aprendizagem são incorporadas a esses domínios e permeiam os subdomínios, pois dão sentido às suas ações (Carrillo et al., 2013, p. 466).

Figura 3 – Domínios e subdomínios do MTSK



Fonte: Carrillo et al., 2013, p. 466.

Os subdomínios do **Conhecimento Matemático (MK)** são definidos da seguinte forma:

- Conhecimento de tópicos (KoT): envolve os conteúdos matemáticos a serem ensinados e seus diferentes aspectos, como definições, interpretações, propriedades, demonstrações, justificativas, exemplos, contraexemplos, situações cotidianas, entre outros;
- Conhecimento da estrutura matemática (KSM): é o conhecimento das relações que os professores estabelecem entre os tópicos de matemática, ou seja, as conexões entre os conteúdos de diferentes níveis escolares;
- Conhecimento da prática matemática (KPM): é o conhecimento relacionado ao fazer matemática e seus aspectos de comunicação, como o raciocínio e a prova, elementos que estruturam uma demonstração, o modo como se definem e usam as

RECH- Revista Ensino de Ciéncias e Humanidades.

ISSN 2594-8806

definições, a seleção de representações, argumentos, generalizações, a exploração e a forma como as relações do KSM são estabelecidas.

Os subdomínios do **Conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK)** são definidos da seguinte forma:

- Conhecimento do ensino de matemática (KMT): refere-se ao conhecimento dos materiais e recursos disponíveis, das formas de apresentar o conteúdo e de suas características, bem como ao domínio de estratégias para o ensino, com exemplos adequados a cada conteúdo trabalhado;
- Conhecimento das características de aprendizagem da matemática (KFLM): diz respeito à forma como os alunos aprendem e às suas características de aprendizagem, tais como erros, dificuldades, obstáculos e a linguagem utilizada;
- Conhecimento das normas da aprendizagem da matemática (KMLS): refere-se ao conhecimento que o professor possui sobre o que pode e deve ser ensinado em cada etapa da educação escolar, de acordo com o currículo oficial.

Esses subdomínios descrevem a forma de compreender os conhecimentos que são específicos do professor de matemática.

ASPECTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa realizada teve como objetivo analisar o processo de elaboração de tarefas matemáticas por professores em formação inicial em Matemática de uma instituição pública. Para tanto, foi utilizada a abordagem qualitativa (Bogdan; Biklen, 2010), por ser considerada a mais adequada aos objetivos da pesquisa. O método empregado foi o estudo de caso, pois geralmente segue uma abordagem direcionada, na qual a seleção cuidadosa dos casos desempenha um papel crucial na qualidade dos resultados (Eisenhardt, 1989). O pesquisador deve determinar quais casos são teoricamente relevantes para os objetivos da pesquisa e quantos são necessários para se alcançar a profundidade e a abrangência desejadas (Yin, 2001). A escolha dos casos deve garantir que eles representem adequadamente o fenômeno em estudo, fornecendo os elementos necessários para testar as proposições e responder às questões de pesquisa.



Cada estudo de caso é, essencialmente, um experimento inserido em um contexto único (Ellram, 1996). Portanto, a metodologia pode ser restrita a um único caso quando este é extremo, crítico, revelador ou representativo de um fenômeno, ou ainda quando o objetivo é observar o comportamento desse fenômeno ao longo do tempo (Yin, 2001). No entanto, estudos de caso múltiplos são geralmente considerados mais convincentes e robustos, pois permitem análises individuais e comparações entre os casos. O foco será dado ao estudo de caso qualitativo, que adota uma abordagem interpretativa.

A produção dos dados foi realizada em duas turmas (A e B) do componente curricular *Ensino de Matemática: Combinatória e Probabilidade*, durante o semestre 2019.2, com carga horária de 75 horas. Esse componente curricular integra o núcleo da prática como componente curricular, situando-se na dimensão pedagógica específica da formação do professor de Matemática. Por essa natureza, o número de estudantes por turma deve ser, no máximo, dez; a turma A contava com seis estudantes e a turma B, com oito.

Os dados foram coletados por meio de filmagens e gravações em vídeo, e posteriormente transcritos. Foram utilizados códigos para se referir aos participantes da pesquisa: para o professor formador, utilizou-se a sigla PF; e, para os professores em formação, utilizou-se PeF, acrescida de um número para identificá-los, como por exemplo: PeF01, PeF02, ..., PeF0n. Para a construção dos episódios de análise — no total de quatro —, foram consideradas a tarefa matemática elaborada e as discussões geradas a partir da apresentação da tarefa pelo PeF. Dentre as tarefas produzidas, a escolha recaiu sobre uma que atendesse ao objetivo da pesquisa e ao método empregado. Assim, foi selecionado um PeF e todo o processo de elaboração de sua tarefa, até a versão final. Esse PeF foi denominado PeF01.

Para a construção dos episódios a partir dos diálogos, os discursos foram numerados de (1) a (89), na ordem em que foram apresentados, a fim de facilitar o processo de localização durante a análise e discussão dos dados. Neste trabalho, serão utilizadas apenas as tarefas produzidas sobre o ensino de probabilidade.

APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS

O contexto...

O componente curricular em questão tem o propósito de contribuir com a formação conceitual e pedagógica do professor. De maneira geral, o curso foi organizado em: (i) estudo conceitual e pedagógico sobre estatística, combinatória e probabilidade; e (ii) produção de material curricular para a prática. Nessa última etapa, cada PeF deveria apresentar três tarefas investigativas (que envolvessem estatística, combinatória e probabilidade) a serem implementadas em uma turma dos anos finais do ensino fundamental ou do ensino médio. Ressalta-se que, durante a primeira parte do curso, os PeF experimentaram diversas tarefas matemáticas, assim como realizaram estudos sobre as tipologias de tarefas, segundo Ponte (2005; 2014).

O caso analisado envolveu o PeF01, integrante da turma A, cujas aulas eram concentradas nas manhãs de quinta-feira, ao longo de seis semanas. Além da elaboração das tarefas, também deveriam ser apresentadas as possíveis respostas, o planejamento e sugestões para a atuação do professor durante a implementação da tarefa. Cada PeF socializava sua produção por meio de slides e, em seguida, iniciava a discussão com os demais PeF e o PF. A seguir, são apresentados os quatro episódios referentes ao processo de produção de uma tarefa investigativa sobre probabilidade. Cada episódio se organiza conforme a ordem de apresentação das versões da tarefa, as quais foram sendo modificadas a partir das discussões, com o objetivo de torná-la uma tarefa investigativa, viável para implementação no ano escolar planejado pelo PeF.

Episódio um...

A primeira versão da tarefa apresentada pelo PFe01 será exibida a seguir:



Figura 4- Primeira versão da tarefa para o ensino de probabilidade elaborada pelo PF01.

QUESTÃO DE PROBABILIDADE

João e Antônio estão brincando com dois dados numerados de 1 a 6, lançando-os ao ar e fazendo algumas apostas. No primeiro lançamento, João aposta que as faces voltadas para cima serão dois números pares e Antônio diz que serão dois números iguais. No segundo lançamento, João palpita que a soma dos dois números nas faces superiores será maior que oito e Antônio diz que serão dois números diferentes. No último lançamento, João disse que em um dado a face superior será um número primo e no outro dado um número ímpar e Antônio apostou que a soma dos números que saírem nas faces superiores será menor que cinco. Investigue cada um dos casos, em cada rodada descubra a probabilidade de cada um vencer e justifique qual dos dois teve mais chances, ao final, analise quem levou mais vantagem em vencer o jogo.

Fonte: Dados da pesquisa

Na primeira versão da “tarefa” apresentada pelo PeF01 (vide Figura 4), foi possível perceber uma compreensão equivocada do conceito de tarefa investigativa. Assim, fez-se necessário retomar os estudos sobre o conceito de tarefa, promovendo uma discussão do entendimento com base nos artigos de Ponte (2005) e Stein e Smith (2009).

Ao analisar a primeira versão da tarefa do PeF01, de acordo com Ponte (2005), concluímos que o grau de desafio matemático é reduzido e que a estrutura é fechada, o que a caracteriza como uma tarefa do tipo exercício. Quanto à duração e ao contexto dessa tarefa, observamos que ela é de curta duração por se tratar de um exercício, enquanto seu contexto é a semirrealidade, conforme Skovsmose (2000), extremamente frequente nos problemas e exercícios de matemática.

A estrutura dessa tarefa é fechada, pois no enunciado está explícito o que é dado e o que é pedido. Fica evidente que o objetivo é calcular e comparar a probabilidade de ocorrência dos eventos, além de analisar qual deles é mais vantajoso. Observa-se que tarefas desse tipo não promovem uma interação mais aprofundada entre professor e aluno; assim, o estudante consegue resolver o exercício sozinho, e não há questionamentos na sala de aula que favoreçam o desenvolvimento do conceito de probabilidade.

Para a análise dos conhecimentos do professor, será utilizado o modelo MTSK (Carrillo et al., 2013). A análise brevemente apresentada até aqui, com os dados obtidos da primeira versão da tarefa, não é suficiente para esclarecer se o PeF01 sabe calcular a probabilidade ou o que é um evento, ou seja, o conhecimento dos tópicos (KoT) e o

conhecimento da prática matemática (MK). Também não contribui para argumentar sobre o conhecimento da estrutura matemática (KSM), pois é necessário dispor dos conceitos de evento provável e improvável.

Para o conhecimento da prática matemática (KPM), que se refere à linguagem matemática utilizada pelo professor, ou seja, à transparéncia dessa linguagem, podemos evidenciar nos trechos (02), (03), (04) e (05) do diálogo apresentado abaixo que a linguagem usada pelo PeF01 não é objetiva. Assim, constata-se que, na primeira versão da tarefa, o conhecimento da prática matemática (KPM) precisa ser aprimorado.

- (1) **PF:** O que PeF01 pode mudar nessa tarefa?
- (2) **PeF03:** Muito grande.
- (3) **PeF02:** Muita informação. Às vezes o aluno... Tipo... Ele lê e não consegue interpretar tudo.
- (4) **PeF01:** diminuir uma rodada?
- (5) **PF:** Não! Às vezes nem é o enunciado é a forma como você colocou o texto. Por exemplo, você poderia fazer as perguntas embaixo, pergunta a, pergunta b, pergunta...não é? A questão de investigar, de justificar.... Você entende a relação?

Para o conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK), temos o conhecimento do ensino de matemática (KMT), que diz respeito ao conhecimento dos materiais e dos recursos disponíveis para o ensino; nesse caso, refere-se à elaboração da tarefa em questão. Observa-se, nos trechos (02) e (03), ainda que de maneira superficial, um conhecimento da prática matemática.

O conhecimento das características de aprendizagem matemática (KFLM) refere-se a como os alunos aprendem e às suas características de aprendizagem. É o momento que permite ao professor avaliar os conhecimentos que os alunos estão mobilizando. Como a tarefa que estamos analisando é do tipo exercício e possui estrutura fechada, não ocorre interação significativa entre professor e aluno, pois, no enunciado, já está explícito o que é dado e o que é pedido, de modo que o aluno não precisa raciocinar muito para chegar à solução. Já o conhecimento das normas da aprendizagem de matemática (KMLS) refere-se ao conhecimento que o professor possui sobre o que deve ser ensinado de acordo com o currículo, ou seja, como a probabilidade é tratada nos currículos e nos documentos oficiais de orientação curricular, como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Na tarefa elaborada pelo PeF01, não foram considerados os documentos de orientação curricular, embora o PeF01 possua conhecimento desses documentos, trabalhados em sala pelo PF. Contudo, para a elaboração dessa tarefa, não os utilizou como base, o que pode ser observado nos trechos (06), (07) e (11).

- (6) **PF:** Qual a habilidade? Qual série?
- (7) **PeF01:** Não sei. Tem que olhar na BNCC?
- (8) **PF:** Venha cá. Para qual série é essa tarefa?
- (9) **PeF03:** segundo ano.
- (10) **PeF01:** Pensei mesmo para o ensino médio.
- (11) **PF:** Podemos elaborar uma tarefa sem pensar qual é a turma que vamos dar aula, sem olhar qual a habilidade?
- (12) **Turma:** não.

Embora essa tarefa seja do tipo exercício e apresente algumas limitações, os questionamentos desse exercício indicam fortemente uma tarefa aberta de investigação. No entanto, isso ainda não é suficiente para promover uma interação efetiva entre os estudantes e o professor. Além disso, percebe-se que se trata de uma tarefa de probabilidade frequentista. Portanto, o professor precisa dispor de certos conhecimentos para promover o ensino e a aprendizagem; como mencionado anteriormente, os conhecimentos mobilizados nesta tarefa precisam ser reformulados para proporcionar uma aprendizagem mais consistente.

Episódio dois...

Na segunda versão da tarefa apresentada pelo PeF01, foram feitas algumas alterações; assim, a tarefa do tipo exercício apresentada na primeira versão ganhou um novo formato. O grau de desafio foi elevado, a estrutura tornou-se aberta, e podemos classificar essa tarefa como uma tarefa de investigação (Ponte, 2005). Analisando a duração e o contexto dessa tarefa, observa-se que ela possui duração média e seu contexto está na semirrealidade; diante disso, trata-se de uma tarefa de investigação.



Figura 5 – Segunda versão da tarefa para o ensino de probabilidade elaborada pelo PeF01.

João e Antônio estão brincando com dois dados numerados de 1 a 6, lançando-os ao ar e fazendo algumas apostas.

- No primeiro lançamento, João aposta que as faces voltadas para cima serão dois números pares e Antônio diz que serão dois números iguais.
- No segundo lançamento, João palpita que a soma dos dois números nas faces superiores será maior que oito e Antônio diz que serão dois números diferentes.

Junte-se a um(a) colega e faça a mesma brincadeira que João e Antônio estavam fazendo.

1. Criem as regras que acharem necessárias para as apostas.
2. Anote as apostas que cada um(a) fez e se houve ganhador(a) na rodada. Organize os dados da maneira mais coerente possível.
3. Analise quem teve mais chances de ganhar cada rodada. Explique como foi feita a análise.
4. Analise qual jogador(a) teve mais chances de ganhar o jogo em geral. Explique como foi feita a análise.
5. Faça a seguinte reflexão: em alguma das rodadas, a aposta feita por algum dos jogadores, dependia do número que saísse nos dois dados? Investigue e explique se ocorreu, como ocorreu e em qual rodada.
6. Socialize as análises e resultados com a turma.

Fonte: Dados da pesquisa

Ao analisar a tarefa acima, classificada como uma tarefa de investigação (Ponte, 2005), podemos observar que ela faz referência ao contexto da semirrealidade. Essa tarefa confere autonomia ao aluno, permitindo que ele explore conceitos e ideias matemáticas de maneira significativa. Ao dar autonomia aos alunos, eles podem expressar os resultados da forma que julgarem mais conveniente; no caso da tarefa apresentada, os alunos podem elaborar suas próprias regras para que o evento aconteça. Dessa forma, esse é um dos momentos em que o professor pode intervir para desenvolver a aprendizagem do conceito de probabilidade.

A análise dos conhecimentos profissionais específicos de professores de matemática para potencializar o ensino e a aprendizagem na sala de aula está relacionada ao modelo MTSK. Nos subdomínios do conhecimento da prática matemática (MK), o professor, na tarefa proposta, pode explorar conhecimentos como a noção de probabilidade de um evento ocorrer ou não, considerando o que os estudantes já sabem. Para isso, é necessário que o professor disponha de conhecimentos como as definições de probabilidade, saiba calcular e compreenda o que são eventos dependentes e

independentes, ou seja, os conhecimentos dos tópicos (KoT). Na segunda versão da tarefa apresentada pelo PeF01, há indícios de que ele não sabe definir o que são eventos dependentes e independentes, conforme pode ser verificado no diálogo abaixo:

- (13) **PF:** O que é um evento dependente e o que é um vento independente?
- (14) **PeF01:** Um vento dependente é que ele depende de outro para acontecer, não é?
- (15) **PF:** Nessa situação do dado, o que seria dependente e o que seria independente?
- (16) **PeF01:** tipo... Sei lá, se saírem dois números pares nos dados.
- (17) **PF:** Isso é dependente ou independente?
- (18) **PeF01:** Dependente.
- (19) **PF:** Dependente de que?
- (20) **PeF01:** Depende de que os dois lados saiam números pares.
- (21) **PeF04:** acho que é independente. Porque, que nem vimos... Que dependendo do dado que for usado e a circunstâncias você não sabe exatamente qual resultado pode cair, então é algo que não temos previsão.
- (22) **PF:** E o que seria dependente então?
- (23) **PeF04:** dependente?
- (24) **PeF01:** Sair o número maior que 1. Sei lá... 10.
- (25) **PeF04:** Algo maior que 10, só dá a possibilidade de 5 e 11 não é? Não, 5 e 6?
- (26) **PF:** Vocês estão falando de soma?
- (27) **PeF01:** sim!
- (28) **PeF04:** sim!
- (29) **PeF01:** Se sair um 4 no dado maior, maior não, maior igual.
- (30) **PF:** isso é dependente?
- (31) **PeF01:** acho que é. Não? Não sei.
- (32) **PF:** O segundo depende do primeiro, é isso?
- (33) **PeF01:** Acho que sim. Eu penso assim.
- (34) **PF:** Por exemplo, qual a probabilidade de você sortear um número no dado... um número ímpar e que seja maior que 3? Isso é um evento dependente?
- (35) **PeF01:** Não.
- (36) **PeF04:** Não.
- (37) **PF:** Existe alguma condição aí?
- (38) **PeF04:** Existe a condição de ser maior que 3 e ser ímpar.

Podem ser estabelecidas conexões entre conteúdos de diferentes níveis escolares, o que permite conhecer algumas estruturas matemáticas (KSM). Na tarefa apresentada acima, o professor faz uma conexão com a probabilidade de se obter uma soma maior que 10, conforme pode ser observado nos trechos (24) a (28).

O conhecimento da prática matemática (KPM) está relacionado à linguagem utilizada pelo professor. Na tarefa, a linguagem empregada pelo professor em formação é acessível, ou seja, apresenta objetividade, conforme pode ser verificado nos trechos (40) e (41).

Para os subdomínios do conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK), em especial para o conhecimento do ensino de matemática (KMT), o professor pode promover um

ambiente no qual os estudantes se sintam confortáveis para compartilhar suas respectivas respostas. Esse é um momento em que o professor deve priorizar o processo, e não a resposta final. Além disso, esse momento possibilita ao professor fazer observações sobre a aprendizagem. Também permite ao professor analisar os conhecimentos relativos às características de aprendizagem matemática (KFLM) dos alunos, identificar as dificuldades encontradas e refletir sobre o que pode ser feito caso o conhecimento que deveria ter sido desenvolvido naquele momento não tenha sido alcançado. O professor deve ter conhecimento do currículo e dos documentos curriculares oficiais para o ensino, como podemos observar a seguir:

(39) **PeF01:** Eu não sei se encaixa em eventos dependentes e independentes, porque eu não conseguir formular uma questãozinha que.... Eu não consegui pensar certinho a tarefa.

(40) **PeF01:** Faça a seguinte reflexão: em alguma das rodadas a aposta feita por alguns dos jogadores depende do número que saísse nos dados? Investigue e explique se ocorreu, como ocorreu e em qual rodada. Essa questão aqui, que quando vai envolver a habilidade de eventos dependentes e independentes que eu acho que não conseguir formular direitinho.

(41) **PeF01:** Se a aposta estava dependendo dos dois lados. Se ela estava dependendo do resultado, que sairia dos dois lados ou só de um e estava ok. Se a pessoa apostasse e saísse um número maior que dois ou igual a dois, obviamente ia sair... Eu não sei como seria essa foi a única habilidade que eu encontrei que se encaixasse na elaboração da atividade da tarefa.

O PeF01 tem conhecimento das normas da aprendizagem matemática (KMLS); porém, não conseguiu desenvolver a tarefa de acordo com o objetivo de conhecimento proposto pela BNCC, que foi usada como referência para a elaboração da tarefa, conforme pode ser observado nos trechos (39) e (41).

Os alunos estão habituados ao ensino tradicional, no qual o professor propõe a tarefa após apresentar os conceitos. Quando a tarefa é apresentada primeiro, isso pode causar certa estranheza e levar os alunos a acreditarem que não são capazes de respondê-la caso o conteúdo não tenha sido ensinado previamente. Entretanto, é necessário considerar todos os conhecimentos que os alunos já possuem, tanto os desenvolvidos em espaços formais quanto em espaços informais. Portanto, é muito importante que os professores disponham dos conhecimentos do modelo MTSK.

Na terceira versão da tarefa, o PeF01 apresentou uma nova proposta, trazendo um contexto diferente. Diante disso, podemos constatar que o PeF01 mudou o contexto da sua tarefa, pois a habilidade que havia escolhido não estava sendo contemplada, conforme observado nos trechos (39) e (41). Além disso, verificamos que a tarefa estava sendo



formulada sem considerar a habilidade e o objetivo de conhecimento, como pode ser observado nos trechos (42) e (43).

- (42) PF01: É melhor fazer a tarefa partindo do objeto de conhecimento depois a habilidade ou da habilidade para o objeto de conhecimento?
- (43) PF: é melhor você ter o objeto de conhecimento com a habilidade e construir a tarefa, não é?

Episódio três...

A terceira versão da tarefa do PeF01 será apresentada a seguir:

Figura 6 – Terceira versão da tarefa para o ensino de probabilidade elaborada pelo PeF01

O voleibol ou vôlei é um esporte praticado entre duas equipes numa quadra retangular. Ela é dividida por uma rede colocada verticalmente sobre a linha central.

O voleibol é jogado com uma bola e inclui diversos passes com as mãos. O objetivo principal é lançar a bola por cima da rede e fazê-la tocar no chão do adversário.



Para vencer um jogo, o aproveitamento em cada rodada é muito importante. Imagine que você é o treinador de alguma seleção de Vôlei:

- Escolha uma seleção do seu gosto, podendo ser feminina ou masculina, e assista o seu último jogo oficial.
- Com a ajuda do professor de Educação Física, descubra quem são os atacantes do time.
- Sabendo que, o aproveitamento de um atacante pode ser determinado pela estimativa de probabilidade de um jogador fazer ponto em um lance, onde esse percentual é encontrado a partir da razão entre a quantidade de pontos que um jogador fez, pela quantidade de lances do jogo. Determine, com base nos dados estimados, quais os atacantes que você escalaria para o próximo jogo.
- Mostre como foi feito cada procedimento.

Fonte: Dados da pesquisa

A terceira versão da tarefa foi intitulada pelo PeF01 como *Volei(pro)l*. Essa tarefa caracteriza-se como uma tarefa de investigação, pois apresenta um grau elevado de desafio e uma estrutura aberta; além disso, é uma tarefa acessível e, ao mesmo tempo, desafiadora. Analisando a duração e o contexto da tarefa, observamos que ela possui duração média e está inserida no contexto da realidade. Por apresentar diferentes formas de resposta e possibilitar a exploração dos conceitos de probabilidade, o objetivo do ensino torna-se mais



complexo (Santos, 2020). A intervenção do professor durante a implementação da tarefa é muito importante, pois é um momento em que ocorrem trocas e que possibilita ao professor fazer questionamentos para que os alunos formulem conjecturas.

Considerando os domínios e subdomínios do modelo teórico MTSK sobre os conhecimentos que os professores de matemática devem possuir para potencializar o ensino e a aprendizagem da matemática, o professor deve ter o conhecimento dos tópicos (KoT), que são os conteúdos matemáticos a serem ensinados. Na terceira versão da tarefa, foi possível observar que o professor apresenta indícios do conhecimento dos tópicos nos trechos (46) a (52), (55) e (61).

- (44) PF: Você trabalha com frequência?
(45) PeF01: Sim. Não?
(46) PF: Não sei, quero que você me fale.
(47) PeF01: Quando pegar a quantidade de pontos que ele fez nas rodas do jogo. Há... Não lembro, não sei.
(48) PF: ele pode ser o cálculo da probabilidade por meio da estimativa ou por meio de frequência. O que é estimar?
(49) PeF01: É você, tipo, com base no que ocorreu nos jogos ele pode estimar calcular o que poderia ocorrer no jogo com base nos outros.
(50) PF: Ou cálculo de probabilidade de estimativa por meio de frequência. O que é a frequência por exemplo que dá para trabalhar também na sua habilidade, mas acho que você não pensou, é o cálculo da frequência. Por exemplo, qual a pontuação de cada um dos jogadores? Se ele vai assistir o jogo ele vai calcular a frequência de cada um ele vai ver quantas vezes cada sujeito pontuou. Entendeu?
(51) PeF01: Sim.
(52) PF: Então você tem aí uma distribuição discreta, porque você está fazendo por jogador, a sua classe é cada um dos jogadores, a sua classe não é intervalar e pontual. Entendeu?
(53) PeF01: Entendi. Não sei se tem atacante?
(54) PF: você não sabe, será se é atacante?
(55) PeF01: É isso, não sei se o nome é atacante.
(56) PF: É porque eles circulam em todo o espaço o único que não sobe é o líbero? É atacante?
(57) PeF01: Não, o líbero eu sei que não é, e nem o levantador.
(58) PeF01: A pergunta tenho que reformular.
(59) PF: com a ajuda do professor de educação física, descubra quem são os atacantes do time.
(60) PF: acho que você não deveria colocar quem são os atacantes, mas quem foram os jogadores que pontuaram. Porque há uma rotatividade muito grande, entra e sai, entra e sai...então você poderia perguntar, qual time ele escalaria para começar o jogo, por exemplo. Entendeu? Se ele iria priorizar ou não aqueles que mais pontuaram, entendeu? Ou vai que o aluno, como a atividade é aberta, ao assistir o jogo, por exemplo, ele se interesse não pelos que marcaram pontos, mas os que conseguiram fazer mais defesas. Seja por bloqueio.
(61) PeF01: É livre ele montar o time dele.

- (62)PF: ele monta o time dele, a partir dos jogadores, analisando defesa, passes...essa atividade é viável? Agora vamos discutir a viabilidade da tarefa.
- (63)PeF04: Viabilidade tipo?
- (64)PeF03: o acesso ao aluno?
- (65)PF: Isso.
- (66)PeF03: Porque dependendo da realidade do aluno tem acesso a internet.
- (67)PeF01: Isso.

No diálogo apresentado acima, o PeF01 demonstra conhecimento sobre o que é uma estimativa (trechos 48 e 49); porém, nesse momento, ele não soube responder o que é frequênci a no contexto da probabilidade (trechos 44 a 47). Na questão quatro, apresentada na Figura 6, podem ser mobilizados os conhecimentos sobre como estimar a probabilidade de um jogador pontuar no jogo, para que os estudantes façam observações e montem seus times (trechos 60 e 61). Dessa forma, é possível atender ao conhecimento da estrutura matemática (KSM).

Para realizar essa tarefa, existem dois momentos: o primeiro é a apresentação do contexto da tarefa, e o segundo são as análises que serão feitas, ou seja, a investigação para o desenvolvimento do conhecimento. Isso permite fazer conexões entre situações reais e a linguagem matemática. Além disso, apresenta indícios do conhecimento da prática matemática (KPM), que podem ser verificados nos trechos (68) a (72).

- (68)PeF01: essa ficou extensa.
- (69)PeF03: gostei, só acho que tem que explicar melhor essa parte do jogador fazer o lance.
- (70)PeF01: Você acha que seria bom colocar a fórmula?
- (71)PeF03: não. Só explicar melhor mesmo porque pode ficar confuso. Qual a série mesmo?
- (72)PeF01: 7º ano. Essa eu tenho certeza de que está com a habilidade porque eu fiz com base na habilidade, não tem como está errado. Não é possível, comecei do zero.

Para os subdomínios do conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK), ao utilizar o jogo de vôlei como referência para o desenvolvimento da tarefa, a construção do saber pode ser mais significativa, pois os estudantes podem se sentir mais estimulados e a interação pode se tornar mais frequente. Além disso, isso possibilita ao estudante desenvolver o senso crítico e a criatividade para montar seus times (trechos 70, 71 e 72); nesse caso, o conhecimento do ensino de matemática (KMT) é mobilizado. O momento em que os estudantes socializam suas observações é também aquele em que o professor pode observar como o conhecimento está sendo desenvolvido, ao analisar as justificativas das

respostas, os erros, os acertos e as dificuldades encontradas, o que revela o conhecimento das características de aprendizagem matemática (KFLM).

O conhecimento das normas da aprendizagem de matemática (KMLS) pode ser observado no desenvolvimento da tarefa, verificando se ela está de acordo com o que os currículos estabelecem para cada nível ou série dos estudantes. A terceira versão da tarefa aborda o objeto de conhecimento *espaço amostral e a estimativa de probabilidade por meio da frequência de ocorrências*, bem como a habilidade de *planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulação que envolvem cálculo de probabilidade ou estimativa por meio de frequência de ocorrências*, conforme proposto pela BNCC, o que pode ser verificado no trecho (72).

Episódio quatro...

A quarta versão da tarefa tem as mesmas classificações da terceira, diante disso iremos analisar apenas os conhecimentos que são específicos de professores de matemática de acordo com o modelo MSTK de Carrillo et al., 2013.

Figura 7 – Quarta versão da tarefa para o ensino de probabilidade elaborada pelo PeF01.

Para vencer um jogo, o aproveitamento em cada rodada é muito importante. Imagine que você é o treinador de alguma seleção de Vôlei:

- Escolha uma seleção do seu gosto, podendo ser feminina ou masculina, e assista o seu último jogo oficial.
- Com a ajuda do professor de Educação Física, descubra quais são as posições e regras do Vôlei de quadra;
- Anote os dados de cada um dos jogadores, as defesas que eles fizeram, os bloqueios, os ataques, levantamentos, passes e o total de pontos de cada um.
- Analise seus dados: como você estimaria qual seria a formação mais forte do time para o próximo jogo?
- Monte o seu time, escolhendo os jogadores com base nos seus dados.
- Apresente o seu time para a turma e explique o porquê de tê-lo escolhido.

Fonte: Dados da pesquisa

A tarefa apresentada acima tem como objetivo explorar conhecimentos sobre probabilidade. Além disso, ela contempla as abordagens clássica, frequentista e subjetiva da probabilidade.

Considerando os subdomínios do conhecimento matemático (MK), o professor deve possuir o conhecimento dos tópicos. Nesse caso, é necessário que ele domine os conceitos de estimativa de probabilidade por meio da frequência de ocorrências, experimento aleatório e espaço amostral.

- (73) **PF:** Está envolvido na tarefa o cálculo de probabilidade ou estimativa por meio de frequênciA?
- (74) **PeF01:** Estimativa por meio de frequênciA de ocorrênciA.
- (75) **PeF01:** Tipo, o que mais defendeu o que mais atacou é isso... fazer a frequênciA e analisar.
- (76) **PeF01:** Habilidade, planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidade ou estimativas por meio de frequênciAs de ocorrênciAs. Duração da tarefa, quatro aulas. Objetivos procedimentais e atitudinais, mas uma vez não sei se o atitudinal está correto.

No contexto acima, podemos perceber, nos trechos (74), (75) e (76), que o PeF01 demonstra conhecimento dos tópicos (KoT). A tarefa é realizada em dois momentos: no primeiro, os alunos assistem ao jogo; no segundo, ocorre a investigação. A forma como o jogo de vôlei foi utilizado para estabelecer conexões com a matemática evidencia a valorização dos conhecimentos prévios e das observações dos alunos. Além disso, esse é o momento em que se estabelecem conexões entre a teoria e a prática matemática, caracterizando o conhecimento da estrutura matemática (KSM), ao transformar uma situação real em linguagem matemática (trecho 77).

- (77) **PeF01:** Para vencer o jogo, o aproveitamento em cada rodada é muito importante. Imagine que você é treinador de alguma seleção de vôlei. Escolha uma seleção do seu gosto, podendo ser feminina ou masculina, e assista o seu último jogo oficial.

Na resolução da questão quatro, apresentada na Figura 04 da tarefa, podem ser mobilizados conhecimentos da prática matemática (KPM), como a noção de espaço amostral e a estimativa de probabilidade por meio da frequênciA.

Para os subdomínios do conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK), utilizar o jogo de vôlei como estratégia de ensino e aprendizagem em sala de aula pode gerar bons resultados, permitindo que os alunos façam observações, desenvolvam o raciocínio e formulem conjecturas. Esses elementos fazem parte do conhecimento do ensino de matemática (KMT), mobilizado nos trechos (78), (79), (80) e (84). O momento em que se inicia a investigação possibilita ao professor realizar observações a partir dos resultados socializados pelos estudantes durante a atividade. Esse processo permite identificar dificuldades, erros e acertos, contribuindo para a compreensão do conhecimento das características da aprendizagem matemática (KFLM), como pode ser visto nos trechos (79), (82) e (83).

- (78) **PeF01:** Monte o seu time, escolhendo os seus jogadores com base nos seus dados. Apresente o seu time para a turma e explique o porquê de tê-los escolhido. Então, com base nos dados que eles fizeram coletados os

jogadores que mais defenderam, mais bloquearam, mais atacaram irão montar um time da escolha deles. E depois com base nos dados vão explicar o porquê. A tal jogador mais defendeu, tal jogador mais bloqueou. Joguei esse porque ele é bonito, joguei esse porquê ele é feio...

(79) PeF05: cada um com seus critérios.

(80) PeF01: Observação, dependendo da circunstância caso não seja viável para os estudantes analisarem os vídeos em casa, por não ter internet, televisão, computador, celular ou qualquer outro motivo que impeça essa análise, os alunos poderão assistir aos jogos e durante a aula de Educação Física com o auxílio do professor da disciplina e ainda conhecendo a situação, caso eles não consigam assistir ao jogo completo em uma aula, o estudo pode ser restrinido para apenas um set do jogo. Essas são as circunstâncias que não seria viável para o aluno que não tem acesso aos recursos em casa por vários motivos isso pode ser feito na escola.

(81)...

(82) PeF01: Momentos da aula para implementar a tarefa, os alunos serão orientados sobre a atividade, que consistirá na coleta de dados depois de terem assistido um jogo de vôlei. Na resolução da tarefa os alunos irão assistir o jogo em casa ou na aula de Educação Física e coletaram os dados, constando as jogadas que cada jogador fez por set. A partir dos dados, os alunos montaram um time com base nos critérios que eles acharem mais significativos.

(83) PeF01: Socialização, os alunos apresentarão em sala qual foi o time que ele montou e quais foram seus critérios. Na sistematização, o professor formaliza o conceito de cálculo da probabilidade de estimativa, explicando qual o seu significado.

(84) PeF01: Os recursos são: TV, aparelho de multimídia, computador, lápis, borracha, caderno e papel.

(85) PeF01: Avaliação, os alunos serão avaliados durante a coleta de dados, verificando se houve organização correta dos dados. Além disso, será avaliado o cálculo de estimativa do aluno, se a análise que ele fez corresponde ao time que ele montou.

O conhecimento das normas da aprendizagem de matemática (KMLS) é mobilizado quando o professor acompanha o desenvolvimento do aluno e atende às orientações do currículo e dos documentos oficiais da educação. No caso da tarefa analisada, a referência adotada é a BNCC, especificamente a habilidade de planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvam cálculo de probabilidade ou estimativa por meio da frequência de ocorrências, como pode ser observado nos trechos (79) e (85).

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Considerando o objetivo de analisar tarefas matemáticas abertas sobre probabilidade, elaboradas por um professor em formação inicial em Matemática, fez-se necessário adotar uma abordagem qualitativa, por meio do estudo de caso. Foram analisadas quatro versões de tarefas que envolveram conceitos relacionados à probabilidade, com base na proposta de Ponte (2005) para tarefas abertas. Também foram

considerados os conhecimentos de probabilidade que os professores devem dispor para desenvolver, com os alunos em sala de aula, conceitos como espaço amostral, estimativa de probabilidade por meio da frequêcia, além da formulação de estratégias baseadas nas observações dos estudantes para a montagem de seus times.

Ao analisar a primeira tarefa, podemos perceber que ela não se caracterizava como uma tarefa matemática aberta. Além disso, é possível observar que o PeF01 não compreendia explicitamente o que constitui uma tarefa matemática aberta, ou seja, uma tarefa investigativa — ainda que algumas de suas questões apresentassem indícios desse tipo de abordagem. Também se nota que o PeF01 não utilizou uma linguagem precisa, e a forma de apresentação do enunciado poderia ser mais organizada. Na elaboração dessa primeira versão, ele não considerou o nível ou a série para a qual a tarefa seria proposta, tampouco levou em conta os currículos ou documentos oficiais da educação, como base para sua construção.

Na segunda versão da tarefa, o PeF01 já apresentou uma tarefa matemática aberta, com melhor organização, além de incluir o objetivo de conhecimento e a habilidade correspondente. No entanto, é possível perceber que alguns conceitos ainda não haviam sido plenamente desenvolvidos por ele. Isso se evidencia pelo fato de que, ao elaborar a tarefa, ele não partiu da habilidade prevista na BNCC, mas sim construiu a atividade primeiro e, posteriormente, buscou uma habilidade que se encaixasse no que havia proposto.

Na terceira versão da tarefa, o PeF01 desconsiderou tudo o que havia feito anteriormente e apresentou uma nova proposta, que também se classifica como uma tarefa matemática aberta. Nessa versão, é possível observar que o PeF01 desenvolveu a tarefa de acordo com a habilidade previamente escolhida. Além disso, foi possível identificar com mais nitidez os conhecimentos mobilizados por ele, conforme os domínios e subdomínios do modelo MTSK.

A quarta versão da tarefa dá continuidade ao raciocínio da terceira versão, mas podemos observar que está mais organizada e que fica ainda mais explícito identificar quais conhecimentos foram mobilizados, de acordo com o modelo teórico MTSK. A utilização de procedimentos adequados na elaboração da tarefa é de extrema importância para o desenvolvimento do ensino e da aprendizagem, pois o professor precisa dispor de determinados conhecimentos para que seus objetivos sejam alcançados. Além disso, o

professor deve ter cuidado ao propor uma tarefa em sala de aula, criando um ambiente no qual os estudantes se sintam estimulados a produzir conhecimento. Também é fundamental que o professor perceba o momento exato de intervir, conduzindo o aluno a observar suas próprias construções, validando-as e considerando tanto os erros quanto os acertos.

REFERÊNCIAS

BOLAER, Jo. **Mentalidades Matemáticas:** estimulando o potencial dos estudantes por meio da Matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Porto Alegre: Penso, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: MEC, 2018.

CUNHA, Daniel M. da; FERREIRA, Joubert L.. Tarefas matemáticas para ensinar objetos de conhecimento da unidade temática grandezas e medidas. **VIDYA (SANTA MARIA. ONLINE)**, v. 42, p. 75-95, 2022.

DÖRR, Raquel C.; NEVES, Regina da S. P.; RIBEIRO, Alessandro. J. Tarefas Matemáticas na Formação Continuada de Professores: Investigando a Construção e o Desenvolvimento de uma Tarefa Exploratória. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 16, n. 42, p. 1-27, 7 ago. 2023. Disponível em:
<https://doi.org/10.46312/pem.v16i42.18819>

EISENHARDT, Kathleen M.. Building theories form case study research. **Academy of Management Review**. New York, New York, v. 14 n. 4., 1989.

ELLRAM, Lisa M.. The use of the case study method in logistics research. **Journal of Business Logistics**. Oakbrook, Ill, v. 17, n. 2., 1996.

FIORENTINI, Dario; HONORATO, Alex Henrique A.; DE PAULA, Andrey P. M. Experiências de Aprendizagem Docente na Gestão Colaborativa do Ensino-aprendizagem de Matemática baseado em Tarefas Exploratórias. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 16, n. 42, p. 1-30, 7 ago. 2023. Disponível em:
<https://doi.org/10.46312/pem.v16i42.18404>

HOMA, Agostinho I. R.; GROENWALD, Cláudia. L. O.; LLINARES, Salvador. Tarefas Matemáticas Investigativas de Alta Demanda Cognitiva. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 16, n. 42, p. 1-22, 18 maio 2023. Disponível em:
<https://doi.org/10.46312/pem.v16i42.18315>

MORIEL JÚNIOR, Jefferson Gomes;CARRILLO,José. Explorando indícios de conhecimento especializado para ensinar matemática com o modelo MTSK. In María Tereza González, Myriam Codes, David Arnau y Tomás Ortega (Eds.) *Investigación en Educación Matematica XVIII* (pp.465-474). Salamanca: **SEIEM**, 2014.

PONTE, João Pedro da. Gestão curricular em matemática. **Comunidades & Coleções**, Lisboa, p. 1-26, 2005. Disponível em:

https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/3008/1/05-Ponte_GTI-tarefas-gestao.pdf. Acesso em: 15 out. 2019

PONTE, João Pedro da. Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In: PONTE, João Pedro da (Org.). **Práticas profissionais dos professores de matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 13-27.

PONTE, João Pedro da; MATA-PEREIRA, Joana; HENRIQUES, Ana Cláudia.; QUARESMA, Marisa. Designing and using exploratory tasks. In: Margolinhas, C. (Ed.). Task Design in Mathematics Education. **Proceedings of ICMI Study 22**. Oxford. p.491. 2013.

SANTOS, Vanessa Alves dos. **O conceito de probabilidade no ensino médio: análise de literatura, de livros didáticos e de tarefas matemáticas**. 148f. Dissertação (Mestrado em Matemática). Universidade Federal do Oeste da Bahia, Barreiras, 2020.

SILVA, Janaína M. P. da; ALBRECHT, Evonir; NEVES, Regina da S. P. A Construção de uma Tarefa Matemática sobre Sistemas Lineares: Trabalho Colaborativo no Contexto da Formação de um Formador de Professores. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 16, n. 42, p. 1-34, 27 jun. 2023. Disponível em:
<https://doi.org/10.46312/pem.v16i42.18319>

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para Investigação. **Bolema**, Rio Claro, v. 12, n. 14, p. 66-91, 2000.

SMITH, Margaret Schan; STEIN, Mary Kay. Selecting and Creating Mathematical Tasks: From Research to Practice. **Mathematics Teaching in the Middle School**, v. 3, p. 344–350, 1998.

STEIN, Mary H.; SMITH, Margaret S. Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão: da investigação à prática. **Revista Educação e Matemática**, Lisboa, n. 105, p. 22-28, nov./dez. 2009. Disponível em: http://www2.apm.pt/files/_EM105_pp022-28_hq_4ba7184610502.pdf. Acesso em: 15 out. 2019.

SWAN, Malcolm. Conceber tarefas e aulas que desenvolvam a compreensão conceitual, a competência estratégica e a consciência crítica. **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 144-145, p. 67-72, out./dez., 2017, parte 01.

SWAN, Malcolm. Conceber tarefas e aulas que desenvolvam a compreensão conceitual, a competência estratégica e a consciência crítica. **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 146, p. 8-14, jan./mar., 2018, parte 02.

WATSON, Anne.; THOMPSON, Denisse R. Design Issues Related to Text-Based Tasks. In: Task Design In Mathematics Education, **Proceedings of ICMI Study 22**. p. 143. 2015.

WATSON, Anne; MASON, John. Taken-as-Shared: a review of common assumptions about mathematical tasks in teacher education. **Journal of Mathematics Teacher Education**, 10 (4-6) p. 205-215. 2007.

WATSON, Anne; OHTANI, Minoru. Themes and Issues in Mathematics Education Concerning Task Design: Editorial Introduction. In: Task Design In Mathematics Education, **Proceedings of ICMI Study 22**. 2015.

RECH- Revista Ensino de Ciências e Humanidades.

ISSN 2594-8806

WICHNOSKI, Paulo; KLÜBER, Tiago E.. A (re)formulação de Tarefas de Investigação Matemática. **Revemat**, Florianópolis, v. 3, n. 1, p. 59-75, 2018. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2018v13n1p59>. Acesso em: 15 out. 2019.

WINSLØW, Carl; HUO, Rongrong. Task Design for Klein's Second Discontinuity. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 16, n. 42, p. 1-13, 6 jun. 2023. Disponível em: <https://doi.org/10.46312/pem.v16i42.18388>

YIN, Robert K.. **Estudo de caso:** planejamento e métodos. 2.ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.