

Vol 9, Núm 1, jan-jun, 2025, pág. 636-656

FUNÇÃO REAL DE UMA VARIÁVEL REAL NA 10.^a CLASSE DO ENSINO SECUNDÁRIO GERAL, SUMBE/ANGOLA

REAL FUNCTION OF A REAL VARIABLE IN THE 10TH GRADE OF GENERAL SECONDARY EDUCATION, SUMBE/ANGOLA

Edivânio Da Ressurreição Manuel Samuel, edivaniosamuel@hotmail.com

Emílio Ngongo Lucunde Chimuco, emiliongongo@gmail.com

Pedro Cardoso da Silva, pedriscasilva@hotmail.com

RESUMO

Este artigo objectiva compreender o processo de ensino-aprendizagem na disciplina de Matemática concretamente no estudo das funções reais na 10.^a Classe do Curso de Ciências Físicas e Biológicas, do Liceu do Sumbe, Província do Cuanza-sul/ Angola. Julga-se importante, para um professor de Matemática saber a importância dos fundamentos metodológicos e as teorias do conhecimento para melhor orientar a sua prática docente, pois, no construtivismo, paradigma pedagógico adoptado pelo Sistema de Educação e Ensino angolano, o aluno ocupa o centro do processo. A metodologia de investigação adoptada seguiu uma abordagem qualitativa, de natureza interpretativa e exploratória. Para realizar a recolha de dados foram mobilizadas técnicas de observação participante acompanhada na prática docente. Dados os problemas que os professores e alunos enfrentam no processo de ensino-aprendizagem das funções reais de uma variável real, espera-se que este manuscrito seja útil para melhorar a prática docente sobretudo na aplicação dos princípios didácticos que são linhas orientadoras da prática pedagógica.

Palavras-chave: Função real de uma variável real. Princípios didácticos. Processo de ensino-aprendizagem.

ABSTRACT

This article aims to understand the teaching-learning process in the subject of Mathematics, specifically in the study of real functions in the 10th Grade of the Physical and Biological Sciences Course, at the Sumbe High School, Cuanza-sul Province/Angola. It is considered important for a Mathematics teacher to know the importance of the methodological foundations and theories of knowledge to better guide their teaching practice, since, in constructivism, a pedagogical paradigm adopted by the Angolan Education and Teaching System, the student occupies the center of the process. The research methodology adopted followed a qualitative approach, of an interpretative and exploratory nature. To carry out the data collection, participant observation techniques accompanied in the teaching practice were mobilized. Given the problems that teachers and students face in the teaching-learning process of the real functions of a real variable, it is expected that this manuscript will be useful to improve teaching practice, especially in the application of the didactic principles that are guidelines for pedagogical practice.

Keywords: Real function of a real variable. Didactic principles. Teaching-learning process.

INTRODUÇÃO

No estudo das práticas docentes tanto o professor quanto o aluno são componentes importantes. Buscar formas de melhorar o ensino e aprendizagem faz parte do processo de construção do conhecimento. Assim, reflectir sobre o ensino da Matemática é de fundamental importância para o professor. Conhecer os diferentes métodos de ensino desta disciplina que tornam os alunos o centro do processo de ensino e aprendizagem proporciona uma aprendizagem significativa. Não obstante a isto, é importante que o professor de Matemática esteja munido de conhecimentos sobre os fundamentos metodológicos e as teorias do conhecimento para melhor orientar a prática pedagógica.

No processo de ensino-aprendizagem das funções reais de uma variável real, temática que consta no programa da 10.^a classe do ensino secundário geral, isto é, no curso de Ciências Físicas e Biológicas, do estudo exploratório feito a partir de uma observação de aula do tema em análise no Liceu do Sumbe/Angola, constatou-se as seguintes limitações:

1. Na aplicação de alguns princípios didáticos;
2. Na contextualização da temática em estudo;

3. Metodologia centrada no professor;
4. Nas relações humanas com os alunos.

A partir da situação descrita se apresenta como problema científico: Como melhorar o processo de ensino e aprendizagem do estudo das funções reais de uma variável real. Onde o objectivo geral é analisar o processo de ensino e aprendizagem da Matemática por via da prática docente. E para tal, houve a necessidade de questionar sobre: Quais são os fundamentos teóricos que sustentam o processo de ensino e aprendizagem das funções reais de uma variável real? Quais são as limitações e potencialidades que os professores e alunos apresentam no processo de ensino e aprendizagem das funções reais de uma variável real?

De forma a mitigar este problema, o presente artigo é guiado pelos objectivos específicos: Determinar os fundamentos teóricos que sustentam o processo de ensino e aprendizagem das funções reais de uma variável real e identificar as limitações e potencialidades que os professores e alunos apresentam no processo de ensino e aprendizagem das funções reais de uma variável real

Dadas as limitações e a importância do estudo de funções reais de uma variável real dentro da Matemática, por ser uma temática que auxilia a compreensão de muitos conteúdos subsequentes e a sua vasta aplicação em várias áreas do saber científico, sentimos a necessidade de redigir este artigo no intuito de melhorar o processo de ensino-aprendizagem do estudo das funções reais de uma variável real. Assim, o artigo possui introdução, fundamentação teórica, metodologia de estudo, conclusão, referências, e apêndice.

1. BREVE HISTORIAL SOBRE O CONCEITO DE FUNÇÃO

O conceito de função, presente nos mais diversos ramos da ciência, teve sua origem na tentativa de filósofos e cientistas em compreender a realidade e encontrar métodos que permitissem estudar e descrever os fenómenos naturais. Segundo Caraça (1989), esta realidade apresenta duas características fundamentais: a interdependência, que faz com que todas as coisas estejam relacionadas umas com as outras e a fluência, que faz com que tudo no mundo esteja em permanente mudança. Como estudar variações de quantidade num mundo constituído de partes que dependem umas das outras e que mudam a cada instante?

O conceito de função nasceu a partir do momento em que os cientistas passaram a descrever o movimento de forma quantitativa, e o pensamento aristotélico foi adotado como modelo para a filosofia/ciência na Idade Média, também conhecida como filosofia escolástica (Caraça, 1989).

Para Kline (1990), os cientistas da época absorveram a filosofia platônica e combinaram estes pensamentos com os da Igreja: Deus criou e governa todas as coisas através da Matemática. Para estabelecer o conceito de função – como relação entre grandezas que variam – foi necessária a definição do conceito de variável, o que se deu, inicialmente, a partir da simbolização da Álgebra.

Assim, René Descartes (1596-1650), foi o primeiro a usar as primeiras letras do alfabeto para quantidades conhecidas e as últimas letras para as desconhecidas, como fazemos até hoje e associou as curvas às equações algébricas (o que conhecemos hoje como expressão algébrica de uma função) dentro de um sistema de coordenadas para relacionar as variáveis envolvidas naquelas equações, procedimentos que deram origem ao que chamamos hoje de Geometria Analítica (Kline, 1990).

Para Kline (1990), a definição mais explícita de função do século XVII foi dada por James Gregory em 1667, que definiu função como: “uma quantidade obtida de outras quantidades pela sucessão de operações algébricas ou por qualquer outra operação imaginável”. Para Gregory, esta outra operação imaginável era a passagem ao limite, que só seria completamente esclarecida posteriormente.

O estudo das diversas variáveis associadas a uma curva levou a estabelecer relações entre estas variáveis. Percebeu-se que, os principais objectos de estudo no século XVII eram as curvas e seus conceitos associados. As variáveis associadas a uma curva eram geométricas, e, em 1673, Leibniz utilizou pela primeira vez a palavra “função” para indicar quantidades que variavam ao longo de uma curva (Kline, 1990).

Johann Bernoulli (1667-1748) experimentou várias notações como X , ξ e finalmente ϕx para uma função de x . Em 1718, Bernoulli definiu função da seguinte maneira: Chamamos aqui Função de uma grandeza variável, uma quantidade composta de qualquer maneira desta grandeza variável e de constantes (Ruthing, 1984).

Para Bernoulli, cada função poderia ser representada por uma única expressão analítica, podendo-se observar na definição acima o conceito de função como combinação de símbolos algébricos. Esta “expressão analítica” aparece na definição de função dada por Leonhard Euler (1707-1783) em seu clássico *Introductio in Analysin Infinitorum*, de 1748, primeira obra em que o conceito de função desempenha um papel central. Após definir o significado de quantidade constante e quantidade variável, Euler enunciou, em 1748: “uma função de uma quantidade variável é uma expressão analítica composta de alguma maneira desta quantidade variável e números ou quantidades constantes”. Euler não definiu “expressão analítica”, mas, segundo Boyer (1991), tinha em mente funções algébricas e as funções transcendentais elementares (exponenciais, logarítmicas e trigonométricas).

Quanto ao termo “expressão analítica”, este não aparece na definição de função que Euler deu em 1755: “se x denota uma quantidade variável, então todas as quantidades que dependem de x ou são determinadas por ele são chamadas suas funções” (Ruthing, 1984). Euler é responsável pela introdução, em 1734, da notação $f(x)$ para designar uma função que depende da variável x .

A definição de função dada por Dirichlet é a seguinte: Suponhamos que a e b são dois valores dados e x é a quantidade variável que assume, gradualmente, todos os valores localizados entre a e b . Se para cada x corresponde um único y , de modo que, enquanto x percorre o intervalo de a até b , $y = f(x)$ varia gradualmente da mesma forma, então y é chamada função contínua de x para este intervalo. Além disso, não é absolutamente necessário que y dependa de x no intervalo inteiro de acordo com a mesma lei; sem dúvida, não é necessário pensar somente em relações que possam ser expressas através de operações matemáticas (Ruthing, 1984).

Podemos verificar através deste breve histórico que o conceito de função passou por diversas mudanças e que sua construção foi bastante lenta. Identificamos também algumas representações na evolução do conceito de função através de sua história: função como relação entre quantidades variáveis, como expressão analítica, como relação entre conjuntos e como transformação.

2. O ENSINO E A APRENDIZAGEM

O processo de ensinar não deve ser encarado como uma actividade feita de improvisos ou de remediação. O ensinar é uma responsabilidade que envolve planificação onde se deve fazer recurso aos meios, métodos e estratégias de ensino para dinamizar o processo em si. Requer também treinamentos constantes e uma busca incessante de metodologias activas para fazer face aos problemas que surgirão ao longo de nossas aulas.

Segundo Libâneo (1994, p.90) “a relação entre ensino e aprendizagem não é mecânica, não é uma simples transmissão do professor que ensina para um aluno que aprende.” Ele mesmo concluiu que é algo bem diferente disso “é uma relação recíproca na qual se destacam o papel dirigente do professor e a actividade dos alunos.” Dessa forma podemos perceber que o ensino visa estimular, dirigir, incentivar, impulsionar o processo de aprendizagem dos alunos.

Portanto, ensinar envolve toda uma estrutura que tem por finalidade alcançar a aprendizagem do aluno através de conteúdos. Para Libâneo (1994), a relação ensino-aprendizagem não deve ter como base a memorização, por outro lado os alunos também não devem ser deixados de lado sozinhos procurando uma forma de aprender o assunto, o professor nesse caso sendo apenas um facilitador.

2.1 Como acontece a Aprendizagem?

Segundo Libâneo (1994), aprender é o processo de assimilação de qualquer forma de conhecimento, desde o mais simples onde a criança aprende a manipular os brinquedos, aprende a fazer contas, lidar com as coisas, nadar, andar de bicicleta etc., até processos mais complexos onde uma pessoa aprende a escolher uma profissão, lidar com as outras. Dessa forma as pessoas estão sempre aprendendo. De acordo com essa definição apresentada, podemos tirar a ilação de que aprendizagem é um processo que requer muita paciência e persistência para que tal desiderato aconteça. Para que se possa haver a aprendizagem é preciso um processo de assimilação activa que para ser efectivo necessita de actividades práticas em várias modalidades e exercícios, nos quais se pode verificar a consolidação e aplicação prática de conhecimentos e habilidades (Libâneo, 1994).

Assim, é de conhecimento, entretanto, que tal prática não anula as outras, mas que o processo de assimilação activo é composto de diversos componentes como os objectivos,

conteúdos, métodos e formas organizativas. Outro elemento que também não podemos descurar é a motivação que pode acontecer de duas formas diferentes, intrínseca e extrínseca. Segue-se a explicação das duas formas da motivação:

A motivação é intrínseca quando se trata de objectivos internos, como satisfação de necessidades orgânicas ou sociais, a curiosidade, a aspiração pelo conhecimento; e extrínseca, quando a acção da criança é estimulada de fora, como as exigências da escola, a expectativa de benefícios sociais que o estudo pode trazer, a estimulação da família, do professor ou dos demais colegas. (Libâneo, 1994, p.88)

Aprender de forma alguma pode ser comparado ou relacionado com a decoração de conteúdos que em nada acrescenta nos pensamentos e habilidades do aluno. A aprendizagem é algo que modifica o pensamento, não se trata de uma estagnação onde os conteúdos em nada influenciam na forma do indivíduo agir.

2.2 O Processo de Ensino

Ensinar é a actividade que tem por finalidade que o outro obtenha o conhecimento. Para que haja ensino de forma que realmente agregue valor é preciso que o professor como sendo um facilitador do conhecimento se utilize de métodos e técnicas adequadas que tenham base não apenas no contexto geral como o local, assim a necessidade básica do aluno será encarada como uma ponte para o ensino e não como um obstáculo.

Segundo Libâneo (1994, p.91) “O processo de ensino, ao contrário, deve estabelecer exigências e expectativas que os alunos possam cumprir e, com isso, mobilizem suas energias. Tem pois, o papel de impulsionar a aprendizagem e, muitas vezes, a precede.” Para que os alunos possuam um ponto de vista que fuja do empírico e do senso comum é preciso conteúdos com carácter científico e sistemático e, vale destacar que o aluno precisa ter assimilado o conteúdo anterior antes que um novo seja tratado. E o professor anos após anos necessita de um aprimoramento e actualização da matéria que lecciona (Libâneo, 1994).

Outro factor problema na relação ensino-aprendizagem é a falta de conhecimento por parte dos alunos com relação ao que está lhe sendo exigido naquela matéria, por isso é de fundamental importância que o professor deixe claro o que pretende que os alunos absorvam com o conteúdo que está sendo tratado. Somente assim o aluno poderá ser estimulado ao

conteúdo. O ensino torna-se efectivado quando existe a assimilação de conhecimento, por isso, Libâneo (1994, p.159) deixa claro com relação à assimilação de conhecimento, “a assimilação de conhecimentos não é conseguida se os alunos não demonstram resultados sólidos e estáveis por um período mais ou menos longo.” Portanto, o ensino é uma relação onde o professor põe em prática o tripé objectivo, conteúdo e método e dessa forma obtém a aprendizagem do aluno como resultado.

3. O ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Na sociedade hodierna, nos deparamos com muitos desafios quanto ao processo de ensinar e o de aprender a matemática. E isto nos remete a analisarmos alguns itens para melhor compreendermos essa dualidade, o ensino e a aprendizagem.

3.1 O acto de ensinar do professor

O acto de ensinar do professor requer uma quebra de paradigma de um modelo tradicional e linear por um modelo ousado onde possa se dar permissão ao aprendiz de utilizar de toda sua criatividade e conseqüentemente fortalecer seu raciocínio lógico. O ensino verdadeiro é aquele que as informações repassadas pelo professor se tornam conhecimento para o aluno. “Assim, a verdadeira e transformadora aprendizagem é um processo que começa com o confronto entre a realidade do que sabemos e algo novo que descobrimos ou mesmo uma nova maneira de se encarar a realidade” (Selbach et al, 2010, pp.18-19).

Assim, Bicudo (2005, p.48):

Ser professor de Matemática é, antes de tudo, ser professor. Ser professor é preocupar-se com o ser do aluno, tentando auxiliá-lo a conhecer algo que ele, professor, já conhece e que julga importante que o aluno venha a conhecer também. Esse já conhece tem o sentido de que o professor é alguém que já possui pelo menos algum domínio sobre a área de conhecimento, objecto do seu ensino.

Portanto, é necessário que se leve com muita responsabilidade o papel da docência de modo a impactar aos alunos uma transformação e uma aprendizagem significativa. E para o professor de Matemática, deve encontrar novas estratégias didáticas que possam envolver seus alunos na construção do saber matemático. As estratégias adoptadas pelo professor, deve

obrigatoriamente levar em consideração toda a dinâmica pessoal do aluno, ou seja, o professor deve conhecer as particularidades individuais de seu aluno, desde sua forma de agir a seu estado de espírito para adquirir novos conhecimentos matemáticos.

3.2 O acto de aprender do aluno

Nos dias actuais, se faz necessário ter um olhar diferenciado para as acções desenvolvidas pelo aluno no processo de aprendizagem de Matemática. O aluno é o soldado deste processo educacional e necessita, a todo o momento, de instigações positivas e motivadoras para o entendimento pleno dos conteúdos de Matemática.

Segundo Pereira (2010, p.114), o acto de aprender, pela sua complexidade, exige um estudo que ultrapassa as raias da cognição, se encaminha para o afectivo/emocional, mergulha no social, se expande através do cultural, nos deixando perplexos frente a tal diversidade e à característica única que possui cada sujeito.

Desta forma, o acto de aprender do aluno se fortalece quando existe motivação necessária para aproximar os modelos apresentados com sua verdadeira realidade. Este processo de aprendizagem do aluno é eficaz quando o sujeito aprendiz percebe que as relações dos modelos matemáticos apresentados em sala de aula estão associadas ao seu quotidiano. Segundo Martins (2009), o contacto do aluno com modelos do quotidiano, em sala de aula, possibilita maior assimilação dos conteúdos, de forma a conduzirem questionamentos e conclusões mais valiosos.

A aprendizagem da Matemática para o aluno envolvido no processo passa por diversos critérios fundamentais para chegarmos ao êxito desejado. Portanto, criar novos meios no ensino e aprendizagem da Matemática é um factor prioritário para que tenhamos uma relação biunívoca entre o aluno e a escola e não um divórcio como normalmente acontece.

3.3 Professor-aluno: uma relação perfeita

Na relação entre quem ensina e quem aprende, deve haver um respeito mútuo porque ninguém é detentor do conhecimento absoluto ou seja, cada um trás consigo alguns pré requisitos sobre uma determinada área do saber.

Segundo D'Ambrosio (1989), os professores em geral mostram a Matemática como um corpo de conhecimentos acabado e polido. Ao aluno não é dado em nenhum momento a oportunidade ou gerada a necessidade de criar nada, nem mesmo uma solução mais interessante. O aluno assim passa a acreditar que na aula de Matemática o seu papel é passivo e desinteressante.

Diversos são os factores que podem ser elencados nesse trama educacional, entre eles: professor sem motivação para desempenhar seu papel de educador com eficiência a falta de capacitação adequada aos professores, mudanças permanente no currículo escolar, ambiente da sala de aula insalubre, alunos sem interesse pela matéria, alunos desafiando a autoridade do professor e laboratórios sucateados ou inexistentes.

4. OS PRINCÍPIOS DIDÁCTICOS NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

O ensino da Matemática, como qualquer outra disciplina, deve ser orientado por princípios didácticos que garantam a eficácia do processo docente educativo. Estes princípios, baseados em teorias educacionais, são fundamentais para promover uma aprendizagem significativa, sólida e aplicável. Este trabalho aborda nove princípios didácticos no ensino da Matemática que são:

O princípio didáctico de carácter científico do Ensino envolve a apresentação dos conteúdos matemáticos de maneira rigorosa, fundamentada em métodos científicos e lógica formal. É essencial que os alunos compreendam que a Matemática não é apenas um conjunto de fórmulas e procedimentos, mas sim uma ciência com uma estrutura lógica e fundamentos teóricos. Como Libâneo (2006, p.120) afirma, "o ensino da Matemática deve desenvolver a capacidade dos alunos de pensar logicamente e resolver problemas utilizando métodos científicos". Esse princípio também incentiva a investigação Matemática, onde os alunos são levados a formular hipóteses, testá-las e analisar resultados, fortalecendo o entendimento dos conceitos.

O princípio didáctico da vinculação da teoria com a prática é crucial no ensino da Matemática para que os conceitos matemáticos não sejam vistos como abstracções distantes, mas como ferramentas úteis na resolução de problemas reais. A Matemática aplicada, que

inclui tópicos como Álgebra, geometria e cálculo, deve ser ensinada mostrando suas aplicações em diversas áreas, como Física, Economia e Engenharia. A aprendizagem torna-se significativa quando os alunos percebem a utilidade dos conceitos teóricos na solução de problemas do dia-a-dia. Assim, a prática fortalece o entendimento teórico, proporcionando aos alunos uma aprendizagem mais concreta e relevante (Libâneo, 2006, p.120).

O princípio didático de acessibilidade de ensino é um princípio que busca garantir que todos os alunos, independentemente de suas capacidades ou *background*, tenham a oportunidade de aprender a Matemática de forma eficaz. Isso inclui a adaptação de materiais didáticos e métodos de ensino para atender às necessidades de alunos com deficiências, bem como o uso de tecnologias assistivas. A Matemática deve ser ensinada de maneira acessível a todos os alunos, garantindo que cada um tenha as ferramentas necessárias para alcançar o sucesso. A acessibilidade também envolve o uso de uma linguagem clara e a simplificação de conceitos complexos sem perder a profundidade do conteúdo (Libâneo, 2006, p.121).

O princípio didático de visualização é reconhecido no ensino da Matemática, as pesquisas passam a problematizar aspectos antes não considerados, tais como, o desenvolvimento curricular; a eficácia da visualização para a aprendizagem Matemática; a imagem e a representação. Portanto, de acordo com o mesmo autor, a Visualização é definida como a base do processo de apropriação dos conhecimentos pelo facto de estabelecer relação entre o concreto e o abstracto, activando as operações de: **percepção – imaginação – generalização**. Os tipos de Visualização são: visualização natural (objectos reais ou processos reais), visualização por imagem (fotografias, quadros de arte) e visualização simbólica (gráfico, desenhos, tabelas, diagramas, esquemas, etc.). Assim, a visualização natural (concreta) deve depois passar para a visualização simbólica para garantir a construção de modelos (Libâneo, 2006, p.121).

O princípio didático de sistematização e consequência envolve a organização e estruturação do conteúdo e métodos de ensino de maneira lógica e sequencial, facilitando a compreensão e retenção do conhecimento pelos alunos (Gasparin, Moya, & Arrais, 2022).

Segundo Silva (2024), a sistematização pode ser feita numa aula, numa unidade, ou ainda entre as unidades, obedecendo determinadas regras didáticas como apresenta:

Tabela 1: Regras didáticas para a aplicação do princípio da sistematização e consequência

Do simples ao complexo	Dos conhecimentos as habilidades
Do fácil ao difícil	Das habilidades aos hábitos
Do conhecido ao desconhecido	Do comum ao particular (de todos para as partes)
Da imaginação aos conceitos;	Do particular ao geral

O princípio didático de consolidação é uma das diretrizes fundamentais no processo de ensino, essencial para assegurar que o conhecimento adquirido pelos alunos seja interiorizado e possa ser aplicado em situações variadas. A consolidação envolve a repetição, a prática e a revisão dos conteúdos ensinados, garantindo que os alunos não apenas memorizem, mas compreendam profundamente os conceitos, habilidades, hábitos e atitudes transmitidos durante o processo educacional. Libâneo (2006) descreve a consolidação como um processo necessário para o fortalecimento e a fixação do conhecimento, destacando que, sem ela, o aprendizado pode ser superficial e facilmente esquecido, a prática contínua e a aplicação repetida dos conceitos são cruciais para que os alunos se apropriem do conhecimento de maneira significativa. Para este mesmo autor, a consolidação, em particular, desempenha um papel crítico ao reforçar o conhecimento adquirido e garantir que os alunos possam aplicá-lo de forma prática e contextualizada. Na realidade angolana a aplicação deste princípio enfrenta desafios significativos, mas também, oportunidades promissoras no caso quando se faz a recapitulação da aula anterior, a correção da tarefa, na fase da conclusão, nas revisões para a prova, nas aulas de exercitação e no trabalho em grupo.

O princípio didático de formar alunos conscientes, activos e com capacidades de trabalho independente se fundamenta na necessidade de educar colectivamente os alunos, criando as condições para o trabalho organizado e activo de cada um deles. Como se sabe, a personalidade humana é uma construção social, mesmo que cada um construa sua própria individualidade durante o processo de educação e instrução. Nessa perspectiva, o professor precisa cuidar da organização colectiva do trabalho e, ao mesmo tempo, atender cuidadosamente as particularidades individuais de seus alunos.

Para poder realizar o trabalho pedagógico, será necessário ter um diagnóstico adequado da turma como um todo, e de cada sujeito individualmente, considerando que todos os alunos não têm as mesmas potencialidades intelectuais, as premissas de êxito não são iguais para todos, nem todos solucionam os problemas pelas mesmas vias (Libâneo, 2006, p.122).

O princípio de diferenciação e atenção individual é uma abordagem ao ensino em sala de aula que proporciona aos alunos múltiplas abordagens para o que vão aprender, como fazer, como expressar o que aprenderam a fim de maximizar as suas oportunidades de aprendizagens; é igualmente vista como um meio de atenuar as dificuldades dos alunos com necessidades especiais, prevenindo de certa forma o abandono escolar precoce (Libâneo, 2006, p.122). As particularidades individuais dos alunos permitem que o professor trate-os de forma diferenciada em função das suas necessidades. Quando os professores praticam uma pedagogia diferenciada, dizem fazê-lo por convicção, ou seja, para levar todos os alunos ao progresso ou para ajudar os menos fortes, sempre com a intenção de que o maior número de alunos tenha sucesso.

O princípio didático de contradição no processo de ensino surge na sequência da existência de contrariedade e falta de concordância, conformismo nas necessidades de interesses, o que conduz a uma tomada de decisões pessoais e colectivas contrárias nas que completam entre si sobre todo o seu conteúdo. No ensino da Matemática, o princípio da contradição é frequentemente utilizado para ajudar os alunos a desenvolverem habilidades de raciocínio lógico e crítico (Libânio, 1994).

Prova por Contradição: Este é um método comum onde se assume que uma afirmação é falsa e, a partir dessa suposição, se chega a uma contradição lógica.

Análise de Erros: No processo de ensino, os erros dos alunos podem ser usados como uma ferramenta de aprendizagem. Ao identificar e analisar erros, os alunos podem entender onde e por que a lógica falhou, ajudando-os a evitar esses erros no futuro.

Situações-Problema: Apresentar problemas que contenham contradições internas pode desafiar os alunos a pensar criticamente e resolver essas contradições. Isso pode ser feito através de problemas de lógica ou quebra-cabeças matemáticos.

5. OS MÉTODOS DE ENSINO DA MATEMÁTICA

Silva (2024), defende que os métodos de ensino utilizados no processo de Ensino da Matemática são:

1. **Métodos Lógicos:** são abordagens de pensamento que utilizam a lógica e a razão para analisar, resolver problemas e tomar decisões de maneira coerente e estruturada. E podem ser:
 - Indutivo: parte de observações específicas para se chegar as conclusões gerais;
 - Dedutivo: parte de premissas gerais para se chegar as conclusões específicas;
 - Genético: centra-se no estudo do desenvolvimento e evolução de fenómenos, processos e eventos ao longo do tempo.
 - Analítico: é uma abordagem de pesquisa que decompõe um todo em seus elementos básicos para melhor compreender sua estrutura e funcionamento.
 - Sintético: é uma estratégia de pesquisa e ensino que envolve a construção de um todo coerente a partir de elementos individuais.
2. **Método Construtivo:** refere-se a uma abordagem sistemática e organizada para a execução de projetos de construção.
3. **Método Axiomático:** é uma abordagem formal utilizada principalmente em matemática e lógica, onde se estabelece um conjunto de proposições básicas chamadas axiomas.

6. O ENSINO-APRENDIZAGEM DAS FUNÇÕES REAIS

Em Angola, o ensino desses tópicos é desenvolvido com mero recurso ao quadro e giz o que nem sempre possibilita explicar da melhor forma a elaboração de gráficos, não permitindo assim o desenvolvimento da capacidade de visualização do aluno e do professor.

Funções reais de uma variável real (aula observada),

Segundo MED (2014), os alunos do II ciclo do Ensino Secundário Geral, concretamente da 10.^a classe do curso de Ciências Físicas e Biológicas, depois de estudarem

esta temática devem ser capazes de compreender o estudo de função real de uma variável real e analisar as propriedades e a representação gráfica das funções reais de uma variável real. Para o cumprimento dos objectivos gerais, há necessidade de se elencar os objectivos específicos que são:

- ✓ Definir função real de uma variável real;
- ✓ Diferenciar a variável independente da dependente;
- ✓ Definir o campo de existência e a imagem da função;
- ✓ Definir o conceito de função real de uma variável real.

Ao longo da observação da aula escolhida para a sua análise neste artigo, constatamos a utilização do método lógico dedutivo; no qual as estratégias utilizadas foram: elaboração conjunta e trabalho independente.

A noção de função para Iezzi e Murakami (2013, p.81), dados dois conjuntos D e E , chamaremos de **aplicação ou função** de D em E , a toda correspondência f que associa a cada elemento $x \in D$ com um único elemento de $y \in E$, tal que $y = f(x)$.

$$\text{Notação: } f: D \rightarrow E \Leftrightarrow x \rightarrow y = f(x)$$

A variável x é chamada argumento ou variável independente, D é o domínio de f , y é a variável dependente, e E é a imagem ou o contradomínio de f . Se f é uma função, então qualquer recta perpendicular ao eixo do x corta o gráfico de f num único ponto.

Domínio ou campo de existência da função f é o conjunto de todos os valores possíveis da variável independente.

$$Df = \{x \in D: \exists y \in E \wedge y = f(x)\}$$

Imagem da função f é o conjunto de todos os valores que a variável dependente assume, à partir dos pontos definidos no domínio.

$$Imf = \{f(x) \in E: x \in Df\}$$

Função real de variável real

Se \mathbb{R} é o conjunto dos números reais e D é um subconjunto de \mathbb{R} , então:

$$f: D \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \Leftrightarrow x \rightarrow y = f(x)$$

Regra de correspondência de uma função é a expressão algébrica ou analítica que nos permite calcular o segundo elemento do par ordenado (x, y) , para cada valor de x que pertence ao domínio da função.

7. METODOLOGIA DE ESTUDO

Uma metodologia usualmente contemplada na investigação em educação é a abordagem qualitativa e interpretativa, que enfatiza a descrição, a indução, a teoria fundamentada e o estudo das percepções pessoais, atribuindo ao investigador um significado subjectivo à realidade que investiga (Bogdan & Biklen, 1994). Esta investigação é de tipo qualitativo e com cunho descritivo, por ser fundamentada em evidências empíricas, tais como: o envolvimento, as habilidades, os conhecimentos e as dificuldades evidenciadas pelos alunos no estudo das funções ao longo da prática docente.

Relativamente às estratégias e métodos de investigação dos paradigmas qualitativos trata-se de um estudo observacional, que consiste na observação participativa e detalhada da aula. A observação participante durante as aulas permitiu uma percepção geral do envolvimento dos alunos na tarefa, das dificuldades sentidas pelos alunos na tarefa, das estratégias usadas pelos alunos e da sua comunicação, da ocorrência de imprevistos, a receção da estrutura ou estratégia da aula e a forma de condução da realização colectiva.

8. Análise da aula observada

Segundo Libâneo (1994, p.178), “a aula é toda situação didáctica na qual se põem objectivos, conhecimentos, problemas, desafios com fins instrutivos e formativos, que incitam as crianças e jovens a aprender”. Dentro deste pensamento, relativamente a aula assistida observou-se pontos positivos e negativos que serão descritos abaixo:

Os pontos positivos foram: a boa relação do trinómio conteúdo – objectivos – métodos; bom domínio do conteúdo e uma excelente linguagem escrita; boa racionalização do quadro e utilização do apagador; bom sentido de autocritica.

Durante a observação da aula, constatou-se alguns aspectos que carecem de melhorar, tais como a correcção da tarefa da aula anterior, este ponto é bastante preponderante que se

cumpra visto que serve de ligação entre o conteúdo anterior e o conteúdo a ser tratado no referido dia tendo em conta o princípio didático de sistematização do conhecimento;

A orientação dos objectivos: o êxito de uma aula depende grande parte da boa orientação ou da situação problema que vais apresentar de modo a induzir os alunos a predizerem do que se vai tratar na nova aula. Portanto é de capital importância que se cumpra com esse pressuposto;

O grau de participação dos alunos: esse ponto quebra a monotonia de uma aula. De acordo a Lei de Bases do Sistema de Educação e Ensino de Angola, foi adoptada a tendência pedagógica Construtivista de modo a que o aluno seja o centro do processo de ensino e aprendizagem fazendo com que ele seja um sujeito activo e não passivo. Portanto, é preciso que durante a ministração de nossas aulas, haja uma maior participação de nossos alunos;

A prestação de atenção individualizada: de acordo com princípio didático de diferenciação e atenção individualizada, recomenda-se que haja essa atenção diferenciada tendo em conta as particularidades e diferentes formas de assimilação de conhecimentos de cada aluno;

O controlo da turma: um bom ambiente de aprendizagem contribui bastante para assimilação de conhecimento. Portanto, deve-se ter o controlo da turma de modo a proporcionar um ambiente favorável de aprendizagem;

A gestão do tempo: de acordo o Plano Curricular do Subsistema do Ensino Secundário, a actividade lectiva está estratificada por carga horária o que pressupõe a distribuição dos tempos lectivos em 45 minutos. Portanto, o cumprimento escrupuloso do tempo implica consequentemente o cumprimento do Plano de Estudo bem como nos remete a dosificarmos bem os conteúdos tendo em conta o tempo previsto e disponível para cada aula;

A avaliação contínua: de acordo o princípio de consolidação, temos que submetermos os nossos alunos a avaliação contínua para aferirmos o grau de aprendizagem que eles vão tendo;

A utilização dos instrumentos de avaliação: se devia diversificar as formas de avaliação e não só; A orientação a observação aos meios de ensino e o uso do manual do

aluno: não se evidenciou porque os alunos não dispunham dos livros durante a aula e isto de certo modo fez com que o professor não orientasse;

A metodologia participativa: a metodologia usada pelo professor não estimulava a participação dos alunos durante a aula; A criatividade: quanto a este aspecto, exige uma certa adaptação a situações imprevisíveis e isso não se vislumbrou porque o professor não demonstrou essa criatividade.

Perante os aspectos negativos observado, houve aconselhamento da nossa parte, de modo a que o professor melhore todos os aspectos.

CONCLUSÕES

Com base no estudo teórico e metodológico efectuado foi possível sistematizar os fundamentos que sustentam o processo de ensino e aprendizagem das funções reais de uma variável real, destacando o percurso histórico, os fundamentos metodológicos e as teorias do conhecimento que são directrizes da prática docente.

A partir da técnica de observação participativa ao longo da aula observada, identificou-se potencialidades e limitações, concernente na prática do processo de ensino e aprendizagem das funções reais de uma variável real, sendo a não verificação de alguns dos princípios didácticos, constituindo a maior preocupação. Não obstante, é preciso destacar a necessidade de incentivar a classe docente a ter sempre em conta a aplicação dos fundamentos metodológicos e as teorias do conhecimento no processo de ensino-aprendizagem com vista a uma aprendizagem significativa.

REFERÊNCIAS

- Bicudo, M. A. (2005). *Educação Matemática. 2.ª edição*. São Paulo/Brasil: Centauro.
- Bogdan, R. C., & Biklen, S. K. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação. Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto/Portugal: Porto Editora.
- Boyer, C. (1991). *História da Matemática 2.ª Edição*. São Paulo- Brasil: Edgard Blucher.
- Caraça, B. d. (1989). *Conceitos Fundamentais da Matemática 9.ª edição*. Lisboa/ Portugal: Editora Costa.

- D'Ambrosio, B. S. (1989). Como ensinar matemática hoje? *Sociedade Brasileira de Educação Matemática* .
- Gasparin, J. L., Moya, P. T., & Arrais, L. L. (2022). Principios Didáticos Para a Organização da Actividade de Ensino: Contribuições da Teoria Historico-Cultural . *Revista Educação e Linguagens*, 23.
- Iezzi, G., & Murakami, C. (2013). *Fundamentos de Matematica Elementar, 1: Conjuntos e Funções*. São Paulo-Brasil: Atual.
- Kline, M. (1990). *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times V.I*. Inglaterra: Oxford University Press.
- Libâneo, J. C. (1994). *O processo de ensino na escola*. São Paulo: Cortez.
- Libâneo, J. C. (1994). *Os métodos de ensino*. São Paulo: Cortez.
- Libâneo, J. C. (2006). *Didáctica*. São Paulo-Brasil: Cortez.
- Martins, J. S. (2009). *Situações práticas de ensino e aprendizagem significativa. 1. ed.* Campinas: Autores Associados.
- MED/INIDE. (2014). *Programa de Matemática da 10.^a Classe (Área Ciências Físicas e Biológicas). 2.º Ciclo do Ensino Secundário Geral*. Luanda/Angola: Moderna.
- Pacheco, M. B., & Andreis, G. L. (2018). Causas das dificuldades de aprendizagem em Matemática: percepção de professores e estudantes do 3º ano do Ensino Médio. *Revista Principia*, 106.
- Pereira, L. H. (2010). Avaliações externas em matemática: estímulo para o professor ser um investigador. *Revista Thema*, 114.
- Ruthing, D. (1984). *Algumas Definições do conceito de função de Joh. Bernoulli para N. Bourbaki. O Inteligência Matemática, V. 6*. Inglaterra.
- Silva, P. C. (2024). Material de Apoio de Metodologia do Estudo da Matemática. *Mestrado em Ensino da Matemática* .

Autores:

¹Edivânio Da Ressurreição Manuel Samuel - <https://orcid.org/0009-0007-0485-5259>

²Emílio Ngongo Lucunde Chimuco – <https://orcid.org/0009-0008-8901-1510>

³Pedro Cardoso Da Silva -

GRELHA DE OBSERVAÇÃO DE AULAS

Escola Siceu do Glumbe Município Glumbe Prov. Ua-Bul
 Disciplina Matemática Período Nambá Classe 10ª Horas: das 08 às 35 min
 Tema da aula: Funções reais de uma variável real.

1.0	PLANIFICAÇÃO DE AULAS	
1.2	Definição dos objectivos	<u>Foram bem definidos (M. Bom).</u>
1.3	Relação objectivos - conteúdo	<u>Se evidenciou a relação. (M. Bom).</u>
1.4	Relação conteúdo - métodos	<u>Constatou-se a relação. (M. Bom).</u>
1.5	Relação conteúdo - meios de ensino	<u>Foi notório a relação (M. Bom).</u>
2.0	INTRODUÇÃO/MOTIVAÇÃO	
2.1	Saudação	<u>Realizou (Bom).</u>
2.2	Chamada	<u>Realizou (Bom).</u>
2.3	Controlo da tarefa do dia anterior	<u>Não havia tarefa do dia anterior.</u>
2.4	Orientação aos objectivos da aula	<u>Não orientou os objectivos da aula.</u>
3.0	DESENVOLVIMENTO DA AULA	
3.1	Domínio do conteúdo	<u>Apresentou ter domínio do conteúdo (Bom).</u>
3.2	Linguagem oral e escrita	<u>A linguagem oral não muito boa, a escrita, boa.</u>
3.3	Grau de participação dos alunos	<u>Baixa.</u>
3.4	Prestação de atenção individualizada	<u>Não se evidenciou.</u>
3.5	Controlo da turma	<u>Buço.</u>
3.6	Aspectos educativos	<u>Não se constatou</u>
3.7	Gestão do tempo	<u>Não muito boa.</u>
4.0	AVALIAÇÃO	
4.1	Realização de avaliação contínua	<u>Não se realizou.</u>
4.2	Utilização dos instrumentos de avaliação	<u>Nenhum foi utilizado.</u>
5.0	METODOLOGIAS UTILIZADAS	
5.1	Metodologia semi-participativa	<u>Não verificada.</u>
5.2	Metodologia participativa	<u>Não aplicada.</u>
6.0	MANUSEAMENTO DO MATERIAL	
6.1	Utilização do quadro	<u>Bom.</u>
6.2	Utilização do apagador	<u>Bom.</u>
6.3	Orientação à observação dos meios de ensino	<u>Não muito boa.</u>
6.4	Uso do manual do aluno	<u>Não se observou.</u>
7.0	CONCLUSÃO DA AULA	
7.1	Perguntas de controlo	<u>houve algumas.</u>
7.2	Resumo da aula	<u>houve</u>
7.3	Orientação de tarefa para casa	<u>houve</u>
7.4	Cumprimento dos objectivos da aula	<u>Não a 100%.</u>
8.0	ATITUDE DO ESTUDANTE OBSERVADO	
8.1	Relações humanas com os alunos	<u>Não muito boa.</u>
8.2	Criatividade	<u>Nenhuma.</u>
8.3	Sentido de autocrítica	<u>Bom.</u>

Data: 03/06/2024.

O(A) Estudante observado(a)

O(A) Observador(a)

Calvinio Samuel / Emilia Chimuco