É FILOSÓFICA A MATEMÁTICA? FILOSOFIA DA MATEMÁTICA E FILOSOFIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA A PARTIR DE TALES DE MILETO

IS MATHEMATICS PHILOSOPHICAL? PHILOSOPHY OF MATHEMATICS AND PHILOSOPHY OF MATHEMATICAL EDUCATION FROM THALES OF MILETUS

Ralph Leal Heck[1]
Antônio Cid Freitas Barros[2]

Resumo
O objetivo deste artigo é defender uma perspectiva filosófica relacional da matemática e da educação matemática a partir de Tales de Mileto. As vantagens dessa perspectiva são diversas, como o incentivo a uma postura crítica e dialógica na construção do saber teórico, na forma do diálogo entre seus pares e na relação professor-estudante; a permanente abertura à revisão do próprio pensamento; o reconhecimento do vínculo fundamental do prático ao teórico e à própria concepção relacional da matemática como razão, *αναλογία*. Para tanto, iniciaremos com uma introdução às questões filosóficas da matemática, em especial, a relação entre filosofia e matemática. Em seguida, faremos um levantamento dos pressupostos do pensamento filosófico-matemático de Tales, bem como suas contribuições para o método matemático e para a ontologia. Por fim, levantaremos esta discussão da perspectiva das filosofias da educação matemática e filosófica, tendo como demonstração de nossa argumentação, a proposta de um plano de aula para o ensino médio que contemple a perspectiva discutida ao longo do texto.
Palavras-chave: filosofia da matemática; filosofia da educação matemática; Tales de Mileto; ensino de filosofia.

Abstract
The aim of this article is to advocate for a relational philosophical perspective of mathematics and mathematical education based on Thales of Miletus. The advantages of this perspective are manifold, such as encouraging a critical and dialogical stance in the construction of theoretical knowledge, in the form of dialogue among peers and in the teacher-student relationship; the constant openness to revising one's own thinking; the recognition of the fundamental link from the practical to the theoretical and to the very relational conception of mathematics as reason, *αναλογία*. To this end, we will begin with an introduction to the philosophical issues of mathematics, especially the relationship between philosophy and mathematics. Next, we will survey the presuppositions of Thales' philosophical-mathematical thinking, as well as his contributions to the mathematical method and to ontology. Finally, we will raise this discussion from the perspectives of the philosophies of mathematical education and philosophical education, demonstrating our argument with a proposal for a high school lesson plan that contemplates the perspective discussed throughout the text.
Keywords: philosophy of mathematics; philosophy of mathematics education; Thales of Miletus; philosophy teaching.

[1] Doutor em Filosofia pela Universidade Federal do Ceará – UFC. Atualmente é professor adjunto da Universidade Federal do Ceará, onde atua na graduação em filosofia e no Programa de Pós-Graduação em Filosofia, Mestrado Profissional em Filosofia – PROF-FILO/UFC. Email: imagomundi@hotmail.com
[2] Mestrando no Programa de Pós-Graduação em Filosofia, Mestrado Profissional em Filosofia (PROF-FILO/UFC). Atualmente é professor de filosofia do ensino médio pela SEDUC – CE. Email: cid.barros@hotmail.com

Introdução

Quando exploramos a história da filosofia ou da matemática, encontramos uma grande quantidade de pensadores vinculados a esses dois campos de conhecimento. Por exemplo, na antiguidade temos Platão; na Idade Média, Avicena; na modernidade, Descartes, Pascal e Leibniz; na contemporaneidade, Frege, Russell e Wittgenstein, todos apresentando pensamentos fortemente vinculados ao papel que a matemática e a filosofia desempenham em avanços conceituais, nos motivando a perguntar pela influência recíproca entre filosofia e matemática. Neste sentido, o entrelaçamento entre essas áreas remonta aos primórdios da filosofia e matemática teórica. Retornando a esses primórdios, é possível resgatar intuições relevantes para a aprendizagem da matemática e da filosofia atuais. Com isso em mente, nos propomos a construir uma compreensão filosófica relacional da matemática e da educação matemática a partir das contribuições de Tales de Mileto. Há uma justificativa ontológica, metodológica e epistemológica para isso. A justificativa ontológica reside na investigação sobre os fundamentos da realidade empreendida por Tales, que, somada à sua compreensão de número como resultado de comparação, implica em uma compreensão relacional da matemática e de tudo o que pode ser matematizado, o que, sob um olhar atual, possui valor filosófico e educacional. A justificativa metodológica reside na importância da metodologia de construção crítica e dialógica de teorias. A postura de Tales sobre a formulação de suas ideias e o valor que ele dava à apreciação de seus pares se traduz em um imenso valor metodológico. Trata-se de um fundamento para o desenvolvimento de uma comunidade responsável por gestar saberes de forma responsável, transparente e construtiva. A justificativa epistemológica reside na ancoragem da aprendizagem filosófica e matemática naquilo que é contextualmente relevante, uma vez que assumimos a ideia de que esses saberes estão sempre abertos à investigação, demonstração e atuação. Diante desses critérios, articulando de modo adequado a visão de Tales, podemos tornar a aprendizagem matemática e filosófica mais atrativa, diversa, viva e em consonância com projetos de filosofia da matemática e educação contemporâneas.

Para realizar este objetivo, começaremos com alguns esclarecimentos conceituais que mostram que a matemática, embora inicialmente pareça focar-se em números e figuras abstratas, está aberta a questionamentos sobre a natureza desses objetos, o estatuto de sua existência e o que pressupomos para operar com ela. Esses questionamentos transcendem os problemas propriamente matemáticos e entram no domínio da filosofia, especialmente quando considerados seus limites e fundamentos. Como exemplo, discutiremos a justificação dos axiomas, a inferência matemática e sua interconexão histórica com a filosofia, mostrando que, filosofia e matemática estão interligadas e se influenciam mutuamente. Concluímos neste passo que a filosofia é intrínseca à matemática, desde sua base conceitual até sua execução prática. Para entender a matemática para além de sua aplicação, é necessário considerar os questionamentos filosóficos que acompanham o modo de pensar a matemática, da prática à teoria. Portanto, a filosofia da matemática não é apenas um complemento, mas uma parte importante do entendimento e desenvolvimento matemático.

Neste sentido, o segundo passo tem o objetivo de resgatar as inovações teóricas de Tales de Mileto, que servirão de base para nossas indagações sobre filosofia da matemática e seu ensino. Iniciaremos relatando as culturas antigas que contribuíram significativamente para o desenvolvimento inicial da matemática com conhecimentos práticos, sem preocupações com demonstração e prova. Em seguida, os gregos transformaram esses conhecimentos em um campo sistemático e dotado de abstrações e conjecturas. Tales de Mileto foi pioneiro nessa integração entre matemática e filosofia, adotando e aperfeiçoando elementos de outras culturas, introduzindo teoremas, axiomas e métodos de demonstração. Tales também introduziu uma filosofia da *physis*, questionando a natureza do real a partir da articulação racional de certos princípios iniciados na empiria. Disso, resultou que sua maneira de pensar e conjecturar influenciou filosofias subsequentes. Essa integração teórica e a metodologia de Tales, aberta à reformulação e discussão, são cruciais a serem resgatadas para pensarmos uma filosofia da matemática e um processo de aprendizagem matemática.

Por fim, defenderemos que o método filosófico e a matemática de Tales permitem observações importantes no domínio das filosofias da educação matemática e filosófica. Em termos práticos, envolvendo a relação entre o aprendizado matemático, o mundo e uma postura crítica sobre ambos, indicaremos uma abordagem transdisciplinar, sedimentando a afirmação de que é por meio do engajamento com o mundo e da comparação entre as coisas que obtemos padrões semânticos e epistêmicos, de onde a matemática emerge como teoria para solucionar questões cognitivamente acessíveis e quantificáveis. Daí reforçar que a postura comum à filosofia de Tales, é importante para a educação matemática contemporânea. Sua metodologia enfatiza que a reflexão teórica é um trabalho coletivo e contínuo, envolvendo companheiros de pesquisa e um contexto histórico, o que torna a compreensão de um fazer em comunidade crucial para a educação matemática. Em acréscimo a isso, reforçaremos que a matemática não é apenas uma ferramenta operacional, mas capaz de articular-se proficuamente com a filosofia, destacando a importância da experiência de vida e do potencial investigativo e construtivo na prática educacional. Como exemplificação, propomos o uso da filosofia da matemática de Tales como fio condutor de uma aula pensada para o ensino básico por meio de um plano transdisciplinar e filosoficamente refletido, capaz de articular a matemática com a filosofia. Isso implica em uma abordagem que considere as dimensões histórica e cultural, promovendo um entendimento holístico da matemática e das questões conceituais filosóficas, preparando os estudantes para questionamentos mais amplos, profundos e significativos.

1 – Sobre a relevância de uma filosofia da matemática

Vamos iniciar este tópico esclarecendo alguns conceitos. A filosofia da matemática é uma subdisciplina da filosofia que examina a natureza, os fundamentos e as implicações da matemática. Ela aborda questões fundamentais sobre a natureza dos objetos matemáticos, a veracidade das proposições matemáticas, a natureza do raciocínio matemático e a relação entre a matemática e o mundo externo. Há ao menos três questões fundamentais na interseção entre estas áreas (SHAPIRO, 2015): a Filosofia como alicerce da Matemática; a autonomia entre a Filosofia e a Matemática; e a interação entre a Filosofia e a Matemática, ou seja, esta última se pergunta como a prática filosófica e a matemática colaboram mutuamente. Daremos atenção à terceira questão.

Nesta colaboração entre Filosofia e Matemática, há ao menos três outras questões importantes: qual é a natureza da Matemática? (qual é a ontologia da matemática?); como praticamos e compreendemos a Matemática? (i.e. como sabemos que estamos a fazer matemática? - epistemologia da matemática); e o que os símbolos matemáticos significam? (A semântica da linguagem matemática).

A ontologia da Matemática refere-se à natureza dos objetos matemáticos: são entidades matemáticas (como números, conjuntos ou formas geométricas) entidades reais que existem independentemente do pensamento humano, ou são simplesmente construções mentais? A epistemologia da Matemática concentra-se em como chegamos a conhecer as verdades matemáticas. O conhecimento matemático é descoberto, como se existisse independentemente e estivesse à espera de ser encontrado, ou é inventado pelos seres humanos com base em seus processos cognitivos e experiências? A semântica da Matemática, que examina o significado e a referência de símbolos e proposições matemáticas, se pergunta: como os símbolos matemáticos se relacionam com os objetos que representam, e como podemos compreender a verdade ou falsidade de proposições matemáticas?

A maneira como estas questões são respondidas acomoda aquele que pensa a matemática em uma corrente filosófica distinta, como o realismo, o antirrealismo, o formalismo e o intuicionismo, em que cada uma oferece perspectivas distintas sobre a natureza da matemática, seu conhecimento e sua relação com o mundo externo. Deste modo, os filósofos da matemática engajam-se em investigações para aprofundar a compreensão da natureza e importância da matemática, contribuindo para discussões que têm implicações não apenas para sua fundamentação, mas para questões filosóficas mais amplas, como a natureza da realidade e do próprio conhecimento. Dentro deste cenário de questões, aquela que nos interessa é: como a aproximação do pensamento filosófico com a matemática pode ajudá-la no que diz respeito a uma formação investigativa e crítica dos matemáticos?

Se respondermos satisfatoriamente a esta pergunta, contribuiremos para a reintegração de posse de algumas questões importantes deixadas no passado para a relação entre filosofia e matemática, a saber, certos créditos à filosofia pelo legado na gênese epistemológica da investigação matemática. A separação entre essas áreas (por razões pedagógicas ou materiais), muitas vezes ocorrida também em outras ciências, tem aumentado a distância entre o fazer científico e a atividade filosófica. E isso tem impactos negativos desde o ensino básico até o ambiente universitário. Atribuímos, em alguma medida, a isso a causa de a filosofia, no contexto escolar, ser vista, muitas vezes, como um saber sem nenhum vínculo teórico com as disciplinas científicas e formais. Um preconceito que dificulta as investigações interdisciplinares. No entanto, ao irmos à história da filosofia e da matemática, encontramos um relacionamento intrínseco entre os dois saberes, pois emergem do mesmo seio e se orientam pelo mesmo desejo de ordenar, explicar e conjecturar, ou seja, de um anseio que move tanto a filosofia quanto a matemática teórica e aplicada.[3].

Quando nos perguntamos o que estuda a matemática, a resposta até pode parecer óbvia enquanto ciência: “a matemática trata de números, figuras, e outros objetos abstratos do gênero” (DA SILVA, 2007, p. 14), porém, nasce daí muitos questionamentos que não são objetos da matemática, mas do âmbito filosófico:

> [...] pois o que são, afinal, os números, as figuras, e os outros objetos matemáticos; que realidade atribuir-lhes, são meras invenções nossas ou existem independentemente de nós e, em caso afirmativo, que lugar habitam, já que não são objetos espaço-temporais? Em geral, que tipo de objeto é um objeto abstrato da matemática? (DA SILVA, 2007, p. 14).

Tais perguntas iniciais da matemática levam as pessoas a responder problemas *sobre* a matemática e não a responder problemas *de* matemática. Tratando-se de assuntos que extrapolam a computação matemática e questionam o estatuto próprio dela, perguntas sabidamente qualificadas como questões filosóficas. Assim, como diz Silva (2007, p. 15),

[3] Podemos até traçar esta relação entre a especulação filosófica, característica da tradição metafísica, e a matemática teórica. Ou as incursões lógicas da filosofia contemporânea e os processos de enunciação e prova dos teoremas matemáticos. Mas esta discussão excede o escopo do artigo.

sempre que os limites procedurais da matemática são ultrapassados, a filosofia é chamada para acolher o debate na intenção de dar uma adequada discussão dentro do edifício da filosofia da matemática.

Por causa disso, é adequado afirmar que a filosofia constitui um conhecimento intrínseco à gênese da matemática, tanto como sua base conceitual quanto na operacionalização dela. Como exemplifica Silva (2007, p. 17), mesmo na escolha dos axiomas que constituirão o sistema matemático, necessitaremos, de alguma forma, de justificação extra sistêmica, e essa justificação pode passar por influências implícitas e explícitas de filósofos e filosofias. Silva (2007, p. 18) também afirma que alguém que se dedica à tarefa de axiomatização de um domínio matemático, como o conjunto dos números, enfrenta a tarefa de escolher um conjunto de verdades não demonstradas a partir das quais todas as verdades pertinentes a esse domínio possam ser derivadas, utilizando geralmente meios puramente lógicos para garantir isso. Quando isso é feito de maneira crítica, surge uma questão crucial: quais critérios racionais devem guiar a seleção de uma verdade como axioma fundamental? Essa indagação é sobre a natureza dos axiomas matemáticos. E ao questionar o que constitui um axioma do sistema, o matemático se depara com um dilema intrínseco à atividade matemática. Pois, não existe um teorema matemático que ofereça uma definição clara do que seja um axioma. A resposta a essa questão fundamental requer uma análise mais profunda da própria atividade matemática. Isso implica que o problema transcende os limites da própria área e se torna, de fato, um problema de filosofia.

Assim, emerge a compreensão de que a filosofia da matemática desempenha um papel crucial na fundamentação da matemática e na compreensão da sua prática. A questão sobre o que constitui um axioma não apenas revela um vínculo importante entre filosofia e matemática, mas destaca a necessidade do exame filosófico sobre a natureza, a prática e os domínios da matemática como campo de conhecimento.

Tomemos o exemplo da reflexão sobre o procedimento matemático. Como sabemos, ele é um conhecimento dedutivo, que faz uso de dois recursos teóricos para construir o raciocínio. O primeiro, que já vimos, é o axioma. Trata-se de um princípio cujo a verdade não é tematizada internamente ao sistema, destarte, tomado *a priori*: "As proposições aceitas sem demonstração são ditas axiomas, e as demonstradas, teoremas. Assim, resumidamente, uma teoria matemática é constituída de conceitos primitivos e derivados, de axiomas e teoremas". (BICUDO, 1998, p. 307). Isto é, ao definir uma teoria, o matemático derivará seus teoremas de proposições válidas sem as demonstrações dos axiomas:

> Ao desenvolver uma teoria, a missão do matemático é *definir os conceitos* da teoria e *demonstrar as propriedades* de tais conceitos. Ora, definir um conceito significa explicá-lo em termos de outros conceitos já definidos, e demonstrar uma proposição significa argumentar sobre sua validade, usando as regras de inferência fornecidas pela lógica, a partir de proposições já anteriormente demonstradas. (BICUDO, 1998, p. 306, grifo do autor)

A segunda característica fundamental é a própria dedução. A relação de dedutibilidade é usualmente definida como: "A se deduz de B se e somente se A é um axioma de B ou A é um teorema de B obtido pela iterada aplicação de tais e tais regras de inferência sobre B". Há aqueles que definem sintática ($\Gamma \vdash \alpha$) e semanticamente ($\Gamma \vDash \alpha$), outros, mais recentemente, definem apenas pela sintaxe, como os dedutivistas, e há aqueles que definem apenas pela semântica, como por exemplo os estruturalistas eliminativistas. Esta análise sobre a centralidade da dedução na matemática encontra roupagens diferentes em diversos filósofos. Há quem utilize apenas o *modus ponens* como regra de inferência, outros que instituem sistemas de regras de dedução natural (e.g. *Intelim*), sem qualquer axioma. Mas, talvez a assunção mais importante, seja a postura de dar relevância e suficiência para a dedução como fonte garantidora de verdade ao sistema matemático. Isto faz com que seja possível rejeitar uma ontologia de objetos matemáticos abstratos, que levam a resultados como a divisibilidade por 2 ser uma propriedade real de determinado objeto existente, posicionando o matemático em determinado terreno epistemológico em que a noção de dedutibilidade e de prova são condições suficientes para desenvolver com segurança a aritmética, sem se comprometer com objetos reais, por exemplo. Entram neste hall matemáticos como Hilbert e Brouwer. E sob a mesma necessidade de justificação filosófica, o estruturalista precisará recorrer a uma metafísica das estruturas matemáticas para justificar a relação de implicação semântica que sustente o sistema matemático (PASSEAU; PREGEL, 2023).

Essas investigações sobre o fundamento da atividade matemática também são cabíveis nas inferências indutivas por meio de perguntas como: A indução matemática afirma a universalidade *a priori* de uma propriedade ou a propriedade é verdadeira apenas para aqueles objetos para os quais dispomos de uma prova indutiva? Lembrando que a indução matemática é um método de prova utilizado para estabelecer a verdade de afirmações matemáticas para um conjunto infinito de números ou casos, partindo de dois fatos: 1. A propriedade P é válida para determinado inteiro, digamos 0 e 2. Se a propriedade P é válida para um inteiro i, ela também é válida para o inteiro i+1, para inferir que a propriedade P é válida para todos os inteiros (ou qualquer um deles): $\Big(\big(P(0) \wedge P(i)\big) \rightarrow P(i+1)\Big) \Rightarrow \forall i P(i), i \in \mathbb{Z}$.

Quando pensamos na aplicação da matemática, a indução empírica também se mostra uma questão relevante. Afinal, por limitações epistêmicas, o reconhecimento e a adoção de padrões matemáticos é uma atividade *a posteriori* e fundamentalmente questionável como encontramos ao longo da discussão sobre o problema da indução na filosofia (cf. CHALMERS, 1993.).

Assim, ao pensar sobre os axiomas, os próprios processos de inferência e a aplicação da matemática é evidente que estamos a fazer filosofia. Portanto, acreditamos que a aprendizagem e a atividade matemática por parte do sujeito não devem carecer de avaliação filosófica desde seus primeiros passos, quando estamos adquirindo os primeiros recursos metodológicos. E para confirmar nossa afirmação iremos buscar no período de formação da matemática teórica e da filosofia enquanto tal este seio comum, em que ambas as disciplinas se encontram entrelaçadas e potentes de contribuição uma à outra. Este período é o dos chamados pré-socráticos, visitaremos nomeadamente, o primeiro dos grandes sábios gregos da antiguidade: Tales de Mileto.

2 - Reflexões ontológicas e matemático-filosóficas em Tales de Mileto

É verdade que devemos aos egípcios, chineses, hindus e babilônios o legado inicial do pensamento matemático. Aos egípcios, por exemplo, devemos estratégias para extrair soluções de equações lineares e raízes quadradas, até mesmo o uso de incógnitas nas operações (ANGLIN; LAMBEK, 1995, p. 9). Aos chineses e hindus, o uso do sistema binário (ANGLIN; LAMBEK, 1995, p. 11 - 12) e aos babilônios, a escala sexagesimal, usada até hoje na geometria. Porém, o destaque matemático dessas culturas era empírico, de certo modo, limitado ao dia a dia e com poucas preocupações com demonstração e prova de seus resultados (ANGLIN; LAMBEK, 1995, p. 21). Por isso, como diz Bicudo (1998, p. 301), as heranças trazidas pelos gregos de outros povos não foram suficientes para satisfazer suas exigências e curiosidades. Dessa forma, aquilo que era apenas empiria no cotidiano de outros povos, como o uso prático da geometria e o cálculo como operação numérica resultante de mensurações e administrações de itens (MIORIM, 1998, p. 9 - 11), foi transformado em ciência abstrata e conceitual pelos matemáticos na Grécia (O'GRADY, 2002, pp. 187 - 188). Movidos pelo espírito de observação, curiosidade e investigação que os envolviam, os gregos não só adotaram para si elementos de descobertas e invenções de outras culturas, mas buscaram sistematizar tudo que viam como interessante, aperfeiçoando-as ao ponto de acrescentar uma 'originalidade grega' ao assunto. Neste momento do mundo grego, temos registros das primeiras incursões na costura entre matemática e filosofia. Tales de Mileto e Pitágoras de Samos, tal qual espíritos desbravadores e investigadores, se iniciaram neste caminho, também influenciados pelas vantagens da aplicação, como as navegações que estavam disponíveis a eles e pela estratégia geográfica que facilitava o contato com outras culturas e conhecimentos, que, assim como na filosofia, contribuíram também para o desenvolvimento da matemática: 'as mais antigas referências gregas à história da matemática (…) atribuem a Tales e Pitágoras um bom número de descobertas matemáticas definidas' (BOYER, 1974, p. 34). Além de uma utilização prática da matemática para medir campos e construções com a geometria e a contagem de pesos e medidas na organização de sistema de cobrança de impostos com a aritmética (KIRK; RAVEN; SCHOFIELD, 2010, p. 82). Desta forma, a matemática, assim como a filosofia, era estudada tanto por um amor à sabedoria quanto por razões práticas, pois ao passo que se desenvolvia a matemática (no campo teórico e prático), ocorria também o surgimento de uma inspeção do método para se estabelecer saberes e o fundamento do real, ou seja, matemática e filosofia como contemporâneas e complementares em seu papel explicativo, reflexivo e prático.

2.1 - Tales de Mileto

Considerado o primeiro filósofo na história da filosofia grega, Tales, um entre os sete sábios da Grécia, é visto como o primeiro geômetra grego, pois entre suas inovações está a prova de teoremas geométrico-matemáticos em uma escala universal. Isso ocorreu porque 'ele trouxe a geometria para a Hélade e desenvolveu a geometria elementar dos egípcios em uma ciência, um novo estilo de matemática, a matemática grega' (O'GRADY, 2002, p.179; cf. 183-184), significando que ele foi pioneiro em perceber que a aptidão dos egípcios para a geometria, incluindo a noção informal de prova (demonstração, apresentação, evidência) (*ἀπόδειξις* – *apódeixis*), poderia ser ampliada para princípios universais dotados de aplicações generalizadas. Essas aplicações incluem a elaboração de teoremas, introdução de axiomas, o emprego do método indutivo de demonstração e de generalização, e o método de exaustão[4] na geometria. Métodos que, ao mesmo tempo, possuem aplicação prática e são usados para demonstrar definições e teoremas, incluindo a noção de razão e a proporção (*ratio* - *αναλογία*) como princípio geral numérico (cf. O'GRADY, 2002, pp. 193-194; 196).

[4] O método da exaustão é uma técnica matemática utilizada para calcular a área ou volume de formas geométricas, especialmente aquelas com limites curvos, aproximando-as através de figuras inscritas e circunscritas com áreas ou volumes conhecidos. Ele envolve um processo sistemático de delimitar uma figura geométrica entre duas outras figuras cuja área ou volume é facilmente calculável. Ao refinar progressivamente estas aproximações, pode-se "esgotar" as possibilidades e chegar a uma estimativa mais precisa da quantidade desejada. Este método é particularmente eficaz para calcular áreas de formas irregulares ou volumes de sólidos curvos. A chave do seu sucesso está no refinamento iterativo das aproximações, estreitando gradativamente a gama de valores possíveis até que um resultado preciso seja obtido.

Não obstante, também é atribuído a ele a investigação sobre a natureza do real, colocando sua filosofia em oposição às narrativas mitológicas, destacadas por seu caráter sistêmico, dotado de raciocínio teórico e considerado classicamente como primeiro filósofo crítico da tradição grega (POPPER, 1972, pp. 174 - 175). Aqui, entende-se crítica como a capacidade de pôr sob próprio escrutínio e de seus pares as teorias e seus fundamentos, mantendo-se sempre aberto para correções em seus pensamentos.

Tales, fundador da escola filosófica jônica, também empreendeu energias em sua filosofia da *physis,* unindo diferentes saberes como a astronomia e geometria na elaboração de suas teorias. De maneia especial, Tales, empenhou-se em seus estudos cosmológicos em busca da *arché*, ou seja, o princípio de toda a natureza. Para ele, a água seria a expressão do princípio de tudo, ideia tomada por base na relação embrionária e alimentícia que têm uma afinidade com a umidade, ou seja, embriões de toda a espécies têm uma natureza úmida, e, do mesmo modo, a nutrição é feita por uma composição úmida, isto é, embriões e alimentos têm por base fundamental a água (KIRK; RAVEN; SCHOFIELD**,** 2010, pp. 86 - 87). Hipótese que perdurou e foi completamente falsificada apenas com Lavoisier, vinte e três séculos depois, em 1769 (O'GRADY, p. 215).

Assim, diferente da visão ingênua do mundo narrada até então pela cosmogonia e teogonia dos poetas gregos, Tales inaugura um olhar natural sob a realidade. Além da sua patente contribuição como engenheiro e astrônomo (KIRK; RAVEN; SCHOFIELD**,** 2010, p. p.75), reconhecido capaz de grandes façanhas e sua capacidade de predição de eclipses, estudo de solstícios e equinócios e das constelações para navegação (KIRK; RAVEN; SCHOFIELD**,** 2010, p. 82). Tales propôs um discurso teórico e sistêmicos de amplo espectro: uma cosmologia material, tendo como ideia de elemento fundamental e princípio primeiro de todas as coisas, a água, a partir de onde não se poderia mais falar de "geração e morte absolutas" (p. 87), mas um fluxo persistente e sistêmico desta substância a sofrer alterações. É importante ressaltar que a escolha da água é baseada em duas dimensões: a conjectural e conceitual na forma de princípio, substrato, origem, ponto de partida, *arché* (*αρχέ*); e a empírica na forma da observação de uma série de eventos e fenômenos envolvendo a água e a umidade que ajudaram a justificar sua conjectura[5]. Com isto, Tales propôs não apenas que a água fosse uma fonte cosmológica, mas uma substância que interpenetra todas as coisas e que fundamenta toda causa e transformação de seu mundo presente. E, com isto, o discurso puramente mitológico caminha para uma nova forma de explicação da natureza, agora pautada no exercício da observação e da racionalidade.

---

[5] E claro, conforme apontam Kirk; Raven; Schofield (2010. p.90), seu contato com a mitologia do oriente médio, como a dos Babilônios e Egípcios.

Tales, portanto, adota uma concepção ampla de natureza, de mundo natural, em bases conceituais que, até então, pertenciam aos enredos das narrativas mitológicas. Nesse sentido, sua filosofia da *physis* inaugura esta nova visão de mundo entre os gregos, abandonando o composto extraordinário das antigas narrativas, como no mito de Perséfone, contado pelos poetas gregos para representar a inexorabilidade cíclica da natureza.

Sem dúvida, a parte da filosofia de Tales que se preocupava em buscar uma explicação genealógica da *physis* tornou-se influente não somente para a escola Jônica e seus principais integrantes: Anaximandro de Mileto, que via no que foi chamado de apeíron (indefinido) a origem de tudo, Anaxímenes de Mileto, que tinha o ar como princípio fundamental, e Heráclito de Éfeso, que destaca o fogo como elemento fundamental da *physis*. Mas também, a característica inaugurada com a filosofia de Tales, ou seja, a busca por um princípio natural, tornou-se importante para outras escolas que se seguiram, sobretudo no período cosmológico. Logo, surgiram diferentes tentativas de explicação da natureza inspiradas por Tales, seja a partir de uma equação numérica como expressão mística na escola pitagórica ou de átomo na escola dos Físicos Ecléticos de Leucipo de Mileto e Demócrito de Abdera. Da mesma forma, é adequado dizer que a agenda investigativa e especulativa de Tales sobre a origem do cosmos ainda se encontra viva na agenda científica contemporânea, visivelmente nas discussões cosmológicas da Astronomia e da Astrofísica.

Isto expressa que a postura filosófica de Tales é uma investigação da arquitetura do mundo, de seu desenho e de sua matéria-prima. No entanto, é importante frisar que havia também um interesse especulativo cosmogônico (POPPER, 1972, p. 166), ou seja, uma cosmologia de forma cosmogônica. Essas caracterizações levam, como aponta Popper (p. 174), a uma atitude crítica e conjectural, em certo sentido testável pela observação da natureza, que demanda do pensamento uma postura criativa, conectada à realidade, livre e em constante debate racional, mesmo que isso trouxesse custos sociais e políticos, como os que tiveram os milesianos que se seguiram a Tales e muitos outros gregos depois, como observa O'Grady (2002, pp. 207 - 208).

Com Tales, essa instância de pensamento racional, insatisfeita com as explicações míticas, encontra no contato com seus pares um marco investigativo e pedagógico definitivo: a relação mestre e aluno, nomeadamente aquela em que o primeiro estaria aberto às inquirições e discordâncias do segundo. Diferente de Pitágoras e do caráter místico de sua escola, Tales incentivou uma postura antidogmática em seus discípulos. Essa postura visava ao contínuo aperfeiçoamento do conhecimento, de tal forma que a relação entre Tales, Anaximandro e Anaxímenes pudesse ser interpretada como a relação entre investigadores associados, pares buscando explicar a natureza a partir de uma postura crítica coletiva (O'GRADY, 2002, p. 211). É justamente essa postura que incentivou a coexistência de uma pluralidade de doutrinas no pensamento milesiano, todas em busca da verdade 'mediante discussão crítica' (POPPER, 1972, p. 175).

Nesses termos, a filosofia da matemática de Tales pode ser interpretada como uma busca, aberta ao escrutínio pessoal e coletivo, pela compreensão das relações fundamentais e estruturas subjacentes à realidade, sem com isso recorrer a um discurso teológico e dogmático. Não se desdobrando apenas em aplicações práticas. Ele foi o primeiro pensador grego de que temos notícia a constituir hipóteses, isto é, conjecturas de modo racional e científico (O'GRADY, 2002, p. 206; 209), o que significa estar aberto em suas especulações às avaliações de seus pares e de modo sistemático e testável. Essa testabilidade se faz presente por toda a geometria desenvolvida por Tales. Portanto, é evidente que ele via a matemática como uma ferramenta para explorar e explicar a ordem do mundo, sem recorrer a explicações religiosas, buscando princípios ontológicos e matemáticos universais: razões, causas, leis, que pudessem lançar luz sobre a natureza da existência, permanecendo sempre aberto ao aprimoramento. Isso significa trazer a matemática à luz da criticidade, testabilidade, falseabilidade, experimentação, simplicidade e economia conceituais (O'GRADY, 2002, p. 207).

Embora, para nós, a filosofia da matemática de Tales possa parecer rudimentar em comparação com os desenvolvimentos contemporâneos, é importante reconhecer sua importância como uma das primeiras tentativas de integrar a matemática à investigação filosófica sobre a natureza do cosmos. Além disso, a postura crítica dele é fundamental para o desenvolvimento do caráter especulativo tanto da filosofia, quanto do caráter hipotético-dedutivo da matemática. Pois, aplicar tal postura à matemática significa uma contribuição epistêmica importante. As verdades matemáticas não são definitivas em um sentido epistêmico, elas carecem de 'investigação, demonstração e atuação' (O'GRADY, 2002, p. 200), com as quais Tales esteve efusivamente engajado. E que, como vimos, da nossa perspectiva de investigadores do saber, elas permanecem abertas à reformulação e a discussões e acréscimos, como o próprio campo da filosofia da matemática atual atesta.

Embora a postura de Tales não tenha se repetido nos séculos seguintes, dado o florescimento da tradição da episteme aristotélica (fundada na noção de demonstração formal: *epídeixi – επίδειξη*), ou seja, conhecimento como certo e demonstrável dedutivamente, a semente plantada por ele rendeu frutos no solo do saber filosófico e matemático que colhemos e devemos manter frutificando até hoje. Por exemplo, o *apeiron*, o infinito, o sem bordas de Anaximandro, é análogo ao problema da discretização da realidade pela geometria e pela física, já intuído por Tales quando ele afirma que tudo é feito de água. Se considerarmos isso em conjunto com a noção de que número não é um objeto em si, mas resultante de uma comparação (*razão - αναλογία - ratio*), é fácil ver que ocorre aqui um posicionamento diante de uma distinção metodológica e linguística entre o discreto e o contínuo (ANGLIN; LAMBEK, 1995, pp. 30 - 31). Quando afirmamos que a *arché* é água, nos colocamos na posição de que a realidade é um contínuo interconectado; e mais, de que podemos extrair uma infinidade de proporções e relações a partir desta *arché*, sem que esta substância seja modificada, ao mesmo tempo em que abstrações (como os objetos matemáticos) podem ser aplicados a ele[6].

3 - Filosofias da educação matemática e da educação filosófica para a implementação da postura filosófica de Tales

A educação matemática é uma área de estudo que se concentra no ensino e na aprendizagem da matemática (BICUDO, 1999; D'AMBROSIO, 1993; MIORIM, 1998): Ela abrange desde o desenvolvimento de conceitos básicos até a compreensão de tópicos mais avançados. A educação matemática visa capacitar os estudantes a compreender conceitos matemáticos, como aprender sobre números, operações, geometria, álgebra, estatística, probabilidade e explorar padrões, relações e estruturas matemáticas. Além disso, busca-se desenvolver habilidades de raciocínio lógico-dedutivo e resolução de problemas com aplicação de conceitos matemáticos. Bem como, explorar a matemática como uma linguagem universal, isto é, uma linguagem que transcende fronteiras culturais e geográficas. Há também o direcionamento de preparação para carreiras científicas e tecnológicas, chamado por D'Ambrósio de matemática para o trabalho, uma vez que a matemática é fundamental em áreas como engenharia, computação, economia, física etc.

Desde o século XX, é inegável que a matemática é um dos principais saberes e o mais incentivado e disseminado atualmente, como ressalta D'Ambrósio (1993, p.7): "A única disciplina que chegou, nos sistemas educacionais, a atingir um caráter de universalidade foi a Matemática (...)". O que levou ao surgimento de uma leitura crítica do ensino da matemática, motivado pelo fato dela ser "ensinada aproximadamente da mesma maneira e com o mesmo conteúdo para todas as crianças do mundo", desconsiderando as especificidades das comunidades aprendentes. Além disso, ela era "a única disciplina que permite um estudo comparativo avaliando rendimento escolar, onde os instrumentos de avaliação são os mesmos", hoje, de certa forma, continuada através de mecanismos avaliativos como o PISA (Programa

[6] Respondendo até mesmo ao paradoxo filosófico acera da natureza do conhecimento matemático conhecido como dilema de Benecerraf (1973). Embora a exposição desta questão fuja ao escopo do artigo.

Internacional de Avaliação de Alunos). Mas, a influência da matemática não se restringe à uma participação na formação escolar, como acentua D'Ambrósio (Idem, p. 8): "Não encontraremos, no cotidiano de todos os povos e de todas as culturas, atividades que não envolvam alguma forma de Matemática." Esta noção mais ampla de "alguma forma de matemática" é o que o autor chama de etnomatemática. Tratando-se de uma dimensão de compreensão da matemática a partir de sua interconexão com diversas áreas (antropologia, sociologia, história, economia, política, linguística, psicologia), encontrando em seu contato com a Filosofia, sua instância de maior abrangência e complexidade. Como as que vimos no primeiro tópico do artigo e as que propusemos a partir da filosofia de Tales.

Dado o reconhecimento da importância da etnomatemática, ela se tornou fundamento para a discussão da construção de uma educação matemática humanística (ERNEST, 2009. p. 47), em especial, quando entendemos que o processo de aprendizagem matemática perpassa o contexto histórico e social dos estudantes, portanto, que a atividade de ensino deveria ser pensada em um sentido ascendente (*bottom up*), do concreto ao abstrato, de modo interpessoal, comunicativo e criativo. Claro que a preocupação filosófica com o ensino da matemática remonta desde a antiguidade com Platão, até a consolidação contemporânea da área na passagem do séc. XIX para o séc. XX, "durante o Congresso Internacional de Matemáticos, realizado em Roma, em 1908, da Comissão Internacional de Instrução Matemática, conhecida pelas siglas IMUK/ ICMI" (MIGUEL et. al., p. 72). Desde então, o *leitmotiv* da educação matemática foi levar a aprendizagem da matemática ao máximo possível de estudantes, em seus diferentes níveis de desenvolvimento e contextos de existência. Mas, é na condição do reconhecimento da matemática através da etnomatemática que, aproximadamente ao final da década de 50, emerge uma concepção de filosofia da matemática com a tarefa de fundamentar o percurso da matemática de volta à terra, considerando (ERNEST, 2009. p. 43): "a matemática em termos da realidade social, cultural e material partilhada, habitada pelos seres humanos, e não procurar respostas em algum universo alternativo [ideal]".

Neste sentido, as considerações feitas ao longo de nossa exposição nos embasam o suficiente para afirmar que a matemática de Tales e seu método filosófico trazem contribuições significativas para a filosofia da educação matemática e para a filosofia da educação filosófica. A primeira delas é entender, em um sentido pragmático, a relação entre a aprendizagem da matemática e o mundo, o que de certa maneira é a busca por um olhar destituído de definições prévias e de caráter eminentemente transdisciplinar (BICUDO, 1999. p. 25). É no engajamento com o mundo, na comparação entre as coisas, que obtemos padrões semânticos e epistêmicos e, a partir desses padrões, somos capazes de comparação e daí emergir a matemática como teoria geral para a solução e investigação de questões quantificáveis. Em segundo lugar, o pensamento crítico que deve acompanhar a atividade de investigação matemática. Tanto em seu nível fundamental, no ensino básico, quanto no nível abstrato avançado da pesquisa teórica, estar disposto a questionar e a oferecer alternativas deve ser uma das condições necessárias do pensamento matemático. E isso se expressa na própria metodologia de Tales, a relação mestre-estudante, pois a matemática 'é um trabalho que exige a presença do outro: companheiros de pesquisas, autores que já escreveram sobre o tema pesquisado, sujeitos presentes à situação educacional estudada. É um trabalho efetuado no mundo horizonte das interpretações, campo das experiências vividas.' (BICUDO, 1999. p. 26). Ou seja, a educação matemática se dá antes na compreensão de um fazer em comunidade, por uma linha temporal e de diálogo entre o passado, o presente e o futuro. E em termos filosóficos, daí interdisciplinares, isso toma a forma de um processo de contestação conceitual, contando com criação e recriação, tal qual uma caixa de ferramentas conceitual sempre aberta à reformulação de seus pertences, o que implica em um pensamento autônomo e autoral capaz de inovar na esfera conceitual (BORGES, 2017).

No nível epistêmico, entretanto, discordamos de Borges (2017, p. 92), pois defendemos a ideia de que a matemática não é apenas operacional, mas um conhecimento capaz de promover uma articulação complementar com a filosofia. Por quê? Porque a abstração matemática pode resultar da iteração do próprio processo de αναλογία. Algo que o construtivismo matemático já argumentou e que o sucesso da matemática computacional serve de prova. Isso não significa, de antemão, incorporar uma perspectiva fenomenológica à filosofia da educação matemática, como faz Bicudo, mas antes, estabelecer o terreno do ineliminável, que é a reflexão sobre a experiência da vida e o potencial construtivo dos atores envolvidos na prática educacional. Algo com o qual ela certamente concordaria (BICUDO, 1999, p.31) e que vimos ser fundamental no pensamento de Tales: a observação, a conjectura, o diálogo e a formulação conceitual. Nos termos da filosofia da educação filosófica contemporânea, aquilo que Gallo (2012) chama de 'paciência do conceito'.

Portanto, o que gostaríamos de defender neste ponto e como demonstração de nossa argumentação é o contato dos estudantes do ensino básico com opções críticas, dialógicas e relacionais de gênese do pensamento matemático, passando fundamentalmente pela filosofia da matemática. Entretanto, sem a circunscrição disso apenas como uma atividade metafísica: de definição e de dinâmica conceituais. Mas como articulado acima, de integração da dimensão experiencial-relacional, racional e histórica da atividade, do fazer matemático. Por relacional, entendemos aquelas experiências que contribuem para a percepção de que a matemática é parte integrante da nossa vida e que emerge de nossas compreensões mais simples e intuitivas do mundo, não apenas de um processo de contagem ou de teoria ‘polida’ (cf. DA SILVA in: BICUDO, 1999, p.52), aquilo que Ernest (2009, pp. 44 - 45) identificou como o aspecto amplo (*loose sense*) de uma filosofia da matemática. E a partir deste aspecto, buscar uma compreensão filosófica de interconexão com o mundo, uma que permite a abertura para, por exemplo, aproximar-se a partir de uma abordagem acadêmica de ontologias contemporâneas como as ontologias relacionais de Wittgenstein no *Tractatus* e Heidegger em *Ser e* Tempo, apontando para uma compreensão filosófica estrita (*strict sense*), nos termos de Ernest. Pensamos que esta forma do pensar filosófico-matemático contribui para uma compreensão holística dos entes e dos saberes. Defendemos que é esta forma de pensar a matemática que abrirá as portas para indagações contemporâneas mais amplas, não apenas entre os futuros matemáticos, mas entre os engenheiros e tecnólogos em direção ao domínio filosófico, fazendo do ambiente de aprendizagem matemática um solo comum e frutífero para a busca por questões conceituais e materiais fundamentais já desde os primeiros contatos com ela.

Portanto, nossa iniciativa de construir uma investigação sobre a filosofia e a matemática de Tales parece estar de acordo com as diretrizes atuais de desenvolvimento de uma filosofia da matemática orientada ao ensino, mas que não garantirá apenas a recuperação de uma forma de pensar de raízes originárias para a matemática, como defendemos nos tópicos acima, mas contribuirá para uma formação filosófica para os pesquisadores e profissionais de amanhã. Ademais, a dimensão histórica restabelece e reforça este terreno de diálogo temporal e interdisciplinar entre filosofia e matemática: ‘Assim, o estudo do desenvolvimento histórico da matemática não pode ser ignorado pelo filósofo. Caso escolha olhar apenas para a matemática em seu estágio atual, o filósofo da matemática estará escolhendo uma perspectiva parcial, quando não falsificada, da atividade matemática’ (DA SILVA in: BICUDO, 1999, p.51). O que não significa um retorno às concepções idealizadas do ensino da matemática ou da filosofia da matemática, pois temos sob salvaguarda a ideia de que a construção do conhecimento matemático está sempre sujeita à crítica e revisão, aquilo que se insere na concepção falibilista contemporânea da matemática (ERNEST, 2009. pp. 44 - 45): “corrigível e continuamente submetido a revisão e reconstrução, e que é constitucionalmente incapaz de revelar verdades [eternas] sobre o mundo”.

Contudo, de uma perspectiva do ensino filosófico, há um perigo que deve ser divisado e que se constituí uma preocupação comum nos processos de ensino filosófico e matemático. Devemos orientar o procedimento de ensino de filosofia da matemática, recusando a concepção de formação dos aprendentes (estudantes) como transmissão de conhecimento, para evitar aquilo que Gallo (2012), na esteira da *Abildung*, chama de embrutecimento. Portanto, a proposta que elaboramos a seguir não trata de um resgate historiográfico do pensamento matemático e filosófico, ou de simples transmissão de informações matemáticas e filosóficas contextualizadas. Mas, do reconhecimento de um processo planejado de ancoragem conceitual na história e no presente, acerca de problemas matemáticos que simultaneamente dialogam com os interesses e o contexto dos estudantes, ao passo que despertam neles a iniciativa de atividade conjunta de elaboração conceitual. A filosofia de Tales inspira este processo e a metodologia de Silvio Gallo pode ser utilizada para parametrizar uma proposta de atuação interdisciplinar. Gallo propõe a tarefa de exercício conceitual em quatro passos didáticos (2012, pp. 94 - 98): Sensibilização; Problematização; Investigação; e Conceituação. O objetivo é, respectivamente, despertar a afecção acerca do tema abordado, despertar o interesse pela busca por uma solução; localizar factualmente e conceitualmente elementos que indiquem uma solução; articular os elementos levantados na etapa anterior com vista à solução de um problema. Materializando o que Gallo (2006, p. 30) chama de transversalidade: "o atravessamento mútuo dos campos de saberes, que a partir de suas peculiaridades se interpenetram, se misturam, se mestiçam, sem, no entanto, perder sua característica própria, que só se amplia em meio a essa multiplicidade", sem se deixar diluir a filosofia ou apagar o aspecto singular do fazer filosófico.

Tomemos então um exemplo de proposta de plano de aula para o ensino médio a ser executado e contextualizado por um ou mais professores que transitem bem entre matemática e filosofia.

3.1 – Exemplo de Plano de Aula: Geometria Analítica com aporte filosófico

Objetivos:

- Compreender os conceitos fundamentais da Geometria Analítica.
- Aplicar o pensamento crítico e reflexivo na resolução de problemas.
- Vincular a geometria analítica às questões conceituais filosóficas.

Metodologia:

1. Introdução ao tema: Inicie a aula com uma breve introdução à Geometria Analítica, o que motivou seu desenvolvimento? Que questões filosóficas tangenciam a geometria analítica? Apresente também como ela se conecta com a vida cotidiana, trazendo elementos artísticos, culturais e sociais que sejam significativos para os estudantes.

2. Discussão em grupo: Divida a turma em pequenos grupos e peça para discutirem sobre o que eles já sabem sobre o tópico. Isso encoraja a participação ativa dos alunos e permite que eles aprendam uns com os outros.

3. Apresentação do conteúdo: Apresente conceitos-chave da Geometria Analítica segundo o planejamento geral da disciplina. Use exemplos práticos e visuais para facilitar a compreensão, apresente diferentes pontos de vista de um mesmo problema. Apresente os conceitos chave na forma de perguntas, dúvidas, problemas ligados às questões que foram apresentadas no passo. É importante aqui que a sensibilidade seja um elemento formador da base conceitual.

4. Atividade prática: Proponha uma atividade prática em grupos de trabalho envolvendo a aplicação dos conceitos identificados, com o incentivo à autonomia pela busca de formas alternativas de solução. Por exemplo, a resolução de problemas que envolvam a determinação da distância entre diferentes pontos ou a equação de uma reta em um plano, em que o cenário de fundo destas operações seja significativo, i.e., que de alguma forma atravesse alguns dos elementos evidenciados no passo 1.

5. Reflexão crítica: Encoraje os estudantes a refletirem como as respostas ao problema foram formuladas. Em um momento de compartilhamento de pensamentos, conduza a discussão para questões de aspecto mais amplo, resgatando conceitos apresentados no passo 1 e 3. Por exemplo, indique a relevância da geometria analítica para o pensamento filosófico de Descartes ou compreensão da geometria para o pensamento de Tales, Pitágoras ou Platão e o impacto deste conhecimento para o pensamento prático e conceitual. Ressaltando que aquela compreensão que nasceu de um conjunto de experiencias significativas pode alcançar patamares conceituais mais amplos. Além disso, elabore um problema filosófico que tangencie a compreensão da geometria analítica. E.g. qual é a importância da racionalização do espaço por Descartes na forma da tradução das retas em equações e vice-versa? Que tipo de intervenções esta concepção cartesiana realiza em nossas experiências cotidianas?

6. Avaliação: Avalie a compreensão dos alunos através da participação e do engajamento em sala; proponha a argumentação escrita dos problemas propostos.

Recursos: Livro didático de Matemática e de Filosofia; Quadro branco e pilotos; Computador com software de desenho gráfico (para demonstrações visuais); materiais artísticos, músicas, fotografias.

Da perspectiva da proposta de Gallo, podemos interpretar a metodologia da seguinte forma: a) Sensibilização: Corresponde ao primeiro e segundo passos, onde o objetivo é despertar o interesse dos aprendentes para o tópico da aula por meio da evocação de expressões históricas, artísticas, sociais e até econômicas da comunidade em que participam, instigando-os a alargar seus horizontes culturais. Nessas fases de ‘Introdução ao tópico’ e ‘Discussão em grupo’, eles são incentivados a pensar sobre o tópico e, em seguida, compartilhar o saber que já possuem, ajudando a criar um ambiente de aprendizado ativo, de autonomia e de envolvimento com o assunto.

b) Problematização: Nesta fase, os estudantes são incentivados a identificar problemas ou questões relacionadas ao tópico. Durante os passos de ‘Apresentação do conteúdo’ e de ‘Atividade prática’, os alunos são apresentados aos problemas reais que exigem deles o reconhecimento da necessidade de aplicação dos conceitos de Geometria Analítica e, eventualmente, de Filosofia. Isso ajuda a desenvolver suas habilidades de resolução de problemas. É importante ressaltar a necessidade de incentivar uma postura de confronto ao que está posto, de contraposição racional e dialogada às opiniões imediatas e às certezas não refletidas.

c) Investigação: Aqui, os alunos são incentivados a explorar o tópico em profundidade e buscar soluções para os problemas identificados. Durante a ‘Atividade prática’, os alunos têm a oportunidade de investigar os conceitos de Geometria Analítica e a história do pensamento Filosófico, buscando neles a inspiração para a resolução dos problemas. E aqui cabe adicionar a ênfase no direcionamento da indagação. Uma vez que estamos buscando o desenvolvimento de um olhar relacional, é importante a orientação do professor às características relacionais da matemática, à ideia de que os objetos matemáticos não são simples estruturas formais, autossuficientes e acabadas, mas resultantes de experimentações, os objetos matemáticos, como as formas geométricas, são relações entre outros objetos (matemáticos ou não).

d) Conceituação: Este é o estágio final, onde os alunos são incentivados a refletir sobre o que aprenderam e a formar seus próprios entendimentos. No passo de ‘Reflexão crítica’, os estudantes têm a oportunidade de consolidar seu aprendizado, buscando construir por si só a reflexão que acompanha a solução dos problemas matemáticos e formando conceitos sólidos sobre Geometria Analítica e, sobretudo, compreendendo que a atividade matemática possui vínculos com o mundo das experiências e com a dimensão conceitual filosófica. Por exemplo, reconhecendo o papel da dedução e dos princípios lógicos clássicos nas inferências matemáticas ou a relevância filosófica do olhar matemático e, ao mesmo tempo, o despertar de uma postura crítica para este olhar.

Conclusão

Neste percurso, abordamos algumas questões da filosofia da matemática, como a natureza dos objetos matemáticos (ontologia), como conhecemos as verdades matemáticas (epistemologia) e o significado dos símbolos matemáticos (semântica). Destacamos três questões fundamentais na interseção entre filosofia e matemática: a filosofia como alicerce, e em processo de interação mútua com a matemática. Refletimos sobre diferentes correntes filosóficas, como realismo, antirrealismo, formalismo e intuicionismo, além da importância da reflexão filosófica para a formação investigativa dos matemáticos. Também examinamos a escolha e natureza dos axiomas, a centralidade da dedução e prova matemática, e a indução matemática, propondo que a filosofia desempenha um papel crucial na fundamentação e prática da matemática.

A partir daí, elencamos como porta de entrada a pergunta: 'como a prática filosófica e a matemática colaboram mutuamente?' e ela orientou a investigação do artigo. O *locus* da investigação foi o pensamento de Tales de Mileto, considerado um dos sete sábios da Grécia, que iniciou um movimento transformador no pensamento ocidental, rompendo com o *mithos* grego. Este movimento envolveu, em grande medida, a filosofia e a matemática, e foi com base neste movimento que estabelecemos um modo de pensar a atividade matemática como relacional, crítica e dialógica, propriedades fundamentais para o pensamento filosófico contemporâneo. Com isso, vimos que a filosofia e a matemática estão intrinsecamente ligadas desde seus primórdios, e que a abordagem proposta neste estudo pôde enriquecer a compreensão e a prática da matemática através de uma aliança com a filosofia. Por isso, foi importante analisar a trajetória de Tales. As indagações dele sobre a natureza do real e sua busca por um princípio universal exemplificam como a investigação filosófica pode inspirar e fundamentar o pensamento matemático e vice-versa.

Aqui, a contribuição singular do pensamento de Tales foi essencial, pois a compreensão relacional da matemática traz ganhos epistêmicos e educacionais quando pensamos na educação matemática e, por consequência, na educação filosófica. A expressão desta posição é a intuição de Tales sobre o número como proporção, razão (αναλογία). O que nos levou à afirmação de que a justificativa do conhecimento matemático deve compartilhar a mesma estrutura epistemológica que o conhecimento não-matemático, uma vez que as proporções que produzem os números podem ser obtidas a partir da experiência, da mesma forma que outros conceitos de relevância filosófica como a ontologia. Essa preocupação de retorno a uma compreensão local da matemática em direção a uma visão mais ampla e abstrata é compartilhada por outros pesquisadores, que, a partir do desenvolvimento da etnomatemática, buscaram uma filosofia da matemática capaz de pavimentar o caminho para uma educação matemática efetiva, plural e contextualizada.

Dado que a noção de αναλογία tem ampla aplicação, não é difícil ver que a proposta elaborada ao longo do artigo apresenta muitas das características elencadas por Ernest (2009, p.47-48) sobre a educação matemática humanística, como a abordabilidade (*approachability*) pela concepção de αναλογία ser intuitiva e facilmente articulável com a experiência; como uma dimensão humana e pessoal (*human and personal*) por poder emergir das experiências mais básicas dos aprendentes; por respeitar o contexto social, uma vez que está aberta à interlocução histórica e social; por ser orientada à aplicabilidade; por ser flexível, dado a amplitude de objetos modeláveis pela noção de αναλογία; e por determinar como fundamental a abertura ao diálogo, à crítica e à revisão de suas respostas.

Vimos que, desde o século XX, a matemática tem sido uma das disciplinas mais disseminadas e incentivadas, conforme destacou D'Ambrosio (1993), apontando para uma discordância do ensino homogêneo que desconsidera especificidades culturais. A etnomatemática surgiu em resposta a isto, compreendida na interconexão com áreas como antropologia, história e sociologia, ela procura resgatar a presença da matemática em todas as culturas, fomentando uma educação matemática humanística (ERNEST, 2009). Essa abordagem considera o contexto histórico e social dos estudantes, promovendo um ensino que vai do concreto ao abstrato de forma interpessoal e criativa. A filosofia da matemática, ao integrar a realidade social e cultural, destaca a importância do pensamento crítico no ensino, tanto básico quanto avançado. Nesta esteira de princípios, mas por um caminho diverso, argumentamos que a abstração matemática nos moldes de Tales complementa a filosofia, fundamentada na experiência e reflexão. Como exemplificação de nosso percurso de pesquisa, propusemos um plano de aula que integrasse um tema da matemática, a Geometria Analítica, com os elementos filosóficos levantados ao longo do texto, visando incentivar os estudantes a explorar e refletir sobre matemática e filosofia a partir de suas próprias vivências. A metodologia para esta proposta baseou-se no trabalho de filosofia da educação filosófica de Gallo (2012), enfatizando a sensibilização, problematização, investigação e conceituação dos conceitos matemáticos e filosóficos. Através dessa abordagem, os estudantes foram encorajados a desenvolver habilidades filosóficas e a compreender a matemática como parte integrante da vida cotidiana e da investigação e produção conceitual, o que subscreve nossa visão filosófica da matemática e da educação matemática.

Assim, ao integrar a filosofia da matemática à educação matemática, pudemos contribuir para uma formação mais ampla e rica, preparando os estudantes para participar ativamente na solução dos desafios intelectuais e práticos do mundo contemporâneo. É fundamental ressaltar a importância da interdisciplinaridade, da transversalidade e da reflexão crítica e dialógica como modos de uso de nossas ferramentas conceituais para o desenvolvimento de uma mentalidade investigativa e criativa no âmbito da matemática, da filosofia e das ciências.

Referências

ANGLIN, W. S.; LAMBEK, J. *The Heritage of Thales*. New York: Springer, 1995.

BENACERRAF, Paul. Mathematical Truth. *The Journal of Philosophy*, v. 70, n. 19, p. 661 - 679. 8 nov. 1973. Disponível em: https://doi.org/10.2307/2025075. Acesso em: 22 dez. 2023.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Filosofia da Educação Matemática: Um enfoque Fenomenológico. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. (ORG.) *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas*. São Paulo: UNESP, 1999. pp. 21 - 44.

BICUDO, I. "Platão e a Matemática". In: *Revista Letras Clássicas*, v. 2, 301-315. São Paulo. 1998.

BORGES, Bruno Gonçalves. A filosofia da educação como caixa de ferramentas. In: BORGES, Bruno Gonçalves; DA SILVA, Sérgio Pereira. *Filosofia da Educação e Formação de Professores*: *Contribuições da filosofia para pensar a educação*. Jundiaí: Paco Editorial, 2017.

BOYER, Carl Benjamin. *História da matemática*. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo, Edgard Blücher, Ed. da Universidade de São Paulo, 1974.

CASANOVA, Carlos A. *Física e Realidade: reflexões metafísicas sobre a ciência natural* / Carlos A. Casanova; Tradução de Raphael D. M. De Paola – Campinas, SP: VIDE Editorial, 2013.

CHALMERS, Alan F. *O que é Ciência afinal?* Trad. Raul Filker. Brasília: Editora Brasiliense, 1993.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Educação Matemática: Uma Visão do Estado da Arte. *Pro-Posições*. v.4 n.1, p.7-17. 10 mar. 1993. Disponível em https://www.fe.unicamp.br/pf-fe/publicacao/1754/10-artigos-ambrosiou.pdf. Acesso em: 02 jun. 2024.

ERNEST, Paul. New Philosophy of Mathematics: Implications for Mathematics Education. In: GREER, Brian; et al. *Culturally Responsive Mathematics Education*. New York: Routledge, 2009. p.43-64.

GALLO, Sílvio. *Metodologia do ensino de Filosofia: uma didática para o ensino médio*. Campinas: Papirus, 2012.

GALLO, Sílvio. A Filosofia e seu Ensino: Conceito e Transversalidade. In: *ETHICA*, v.13, n.1, p. 17-35, 2006. Disponível *online* em: https://lasalvia.prof.ufabc.edu.br/wp-content/uploads/2016/09/gallo-filosofia-e-seu-ensino-conceito-e-transversalidade.pdf Data do último acesso: 24/04/2024.

KIRK, G. S; RAVEN, J. E; SCHOFIELD, M. *Os Filósofos Pré-Socráticos: história crítica com seleção de textos*. Tradução: Carlos Alberto Louro Fonseca. 7ª ed. Lisboa: Editora Fundação Calouste Gulbenkian, 2010.

MACHADO, Rosa Maria. *Números: a filosofia dos gregos que ainda sobrevive*. Dissertação (mestrado em educação – história da filosofia) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1993.

MIGUEL, Antônio et al. A educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. *Revista Brasileira de Educação*, n. 27, p. 70-93, dez. 2004. Disponível em: https://doi.org/10.1590/s1413-24782004000300006. Acesso em: 3 jul. 2024.

MIORIM, Maria Ângela. Introdução à História da Educação Matemática. São Paulo: Atual, 1998.

O'GRADY, P. F. *Thales of Miletus: The beginnings of western science and philosophy*. London: Routledge, 2002.

PASEAU, Alexander and Fabian Pregel**,** Deductivism in the Philosophy of Mathematics, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Fall 2023 Edition), Edward N. Zalta & Uri Nodelman (eds.), Disponível *online* em: https://plato.stanford.edu/archives/fall2023/entries/deductivism-mathematics/ Data do último acesso: 20/04/2024.

POPPER, Karl. R. *Conjecturas e Refutações.* [4ª ed.] Trad. Sérgio Bath. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1972.

SHAPIRO, Stewart. *Filosofia da Matemática.* [2000] Trad. Augusto J. Franco de Oliveira. Lisboa: Edições 70, 2015.

DA SILVA, Jairo José. *Filosofia da matemática.* Jairo José da Silva. – São Paulo: Editora UNESP, 2007.

DA SILVA, Jairo José. Filosofia da Matemática e Filosofia da Educação Matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. (ORG.) *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas*. São Paulo: UNESP, 1999. pp. 45 - 58.

VIVANCO, Melisa. Numbers as Properties. *Synthese*, v. 202, n. 4, p. 1 - 23, 2023. Disponível *online* em: https://doi.org/10.1007/s11229-023-04330-z. Data do último acesso: 22/12/2023.

Recebido em: 10/04/2024
Aprovado em: 28/06/2024