Vol XVI, Núm 2, jul-dez, 2023, pág. 439-459

RESOLUÇÃO DE SISTEMA DE DUAS EQUAÇÕES DO 1.º GRAU A DUAS INCÓGNITAS PELO MÉTODO DE ADIÇÃO

SYSTEM RESOLUTION OF TWO 1st DEGREE EQUATIONS TO TWO UNKNOWN THINGS BY THE ADDITION METHOD

Baptista Manuel João
Abrão Tiago Muongo

RESUMO

O presente estudo, encontra-se voltado a resolução de sistema de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas pelo método de adição/redução, sendo uma das temáticas que tem constituído motivo de dificuldades na aprendizagem da Matemática nos alunos da 9.ª classe em Angola. Visa responder o Problema Científico: como desenvolver habilidades na resolução desta temática no Colégio 4 de Abril do Sumbe, Província do Cuanza-Sul? Cujo objectivo é resolver exercícios e problemas inerente ao sistema de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas pelo método de adição/redução com vista a melhoria do processo de Ensino - Aprendizagem. É uma investigação do tipo qualitativo, com enfoque descritivo, com a utilização dos métodos de níveis teórico, empírico e matemático-estatístico. Utilizou-se a entrevista e inquérito por questionário. Espera-se com este estudo, o desenvolvimento da aprendizagem.

Palavras-Chave: Resolução, Sistema de duas equações, Método de adição.

ABSTRACT

The present study is aimed at solving a system of two 1st grade equations with two unknowns using the addition/reduction method, one of the themes that has been a reason for difficulties in learning Mathematics for 9th grade students. class in Angola. It aims to answer the Scientific Problem: how to develop skills in solving this issue at Colégio 4 de Abril do Sumbe, Province of Cuanza-Sul? Its objective is to solve exercises and problems inherent to the system of two 1st degree equations with two unknowns using the addition/reduction method, with a view to improving the Teaching-Learning process. It is a qualitative investigation, with a descriptive approach, with the use of theoretical, empirical and mathematical-statistical methods. We used the interview and survey by questionnaire. It is expected with this study, the development of learning.

Keywords: Resolution, System of two equations, Addition method.

INTRODUÇÃO

A Matemática surge a partir da relação do ser humano com a Natureza. Nos últimos anos, o ensino da Matemática, assim como a forma de "fazer Matemática" está trocando correspondência com o desenvolvimento da ciência e com as tecnologias no mundo, produzindo mudanças metodológicas importantes e positivas no ensino da mesma, o que permite experimentar, suprir carências na bagagem matemática do aluno, desenvolver a intuição, conjeturar, comprovar, demonstrar, e, em definitivas "ver as situações matemáticas" de uma forma pública. Neste sentido, acredita-se que esta busca representa uma importância significativa, fornecendo subsídios para que os professores possam dar um novo sentido neste processo.

Haidt (1999), ressalta que para que haja uma aprendizagem efectiva e duradoura é preciso que existam propósitos definidos e auto-actividade reflexiva dos alunos. Assim, a autêntica aprendizagem na Matemática ocorre quando o aluno está interessado e motivado e, sobretudo quando a condição dessa aprendizagem for favorável e facilita boas relações efectivas entre os professores e os alunos.

A partir de estudos de investigação realizados, pode concluir-se que no caso dos sistemas de equações lineares existem dificuldades relacionadas com a sua aprendizagem nos diferentes níveis de ensino e que, inclusivamente, para muitos estudantes, a solução de um sistema de equações lineares não tem significado. Porém, no que diz respeito a Álgebra Linear, a importância de investigações sobre o seu ensino e aprendizagem centra-se no facto de ela se encontrar subjacente a quase todos os domínios da Matemática e até mesmo de outras áreas; como as ciências da computação, a Engenharia, a Física, entre outras.

A formação científica – pedagógica dos professores constitui uma das condições fundamentais para elevar o nível da qualidade do ensino. Esta formação tem de acompanhar o desenvolvimento da ciência, a evolução das sociedades, bem como adaptar ao meio sócio – profissional. Massón, Llivina e Arencibia (2011), expõem que o processo de ensino-aprendizagem da Matemática continua sendo de transcendental importância por sua contribuição à formação integral dos alunos e por atribuir-se a possibilidade de desenvolver importantes habilidades gerais e específicas que permitem ao homem actuar com eficiência e compreender as mais diversas situações da vida em um contexto determinado.

As observações feitas ao processo de Ensino-Aprendizagem da disciplina de Matemática na 9.ª classe, as entrevistas aos professores e alunos do Complexo Escolar 4 de Abril do Município do Sumbe, Província do Cuanza – Sul, revelam carências na resolução de sistema de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas pelo método de adição/redução. Estas se apreciam no momento de compreensão do enunciado, na tradução da linguagem corrente para a linguagem algébrica, interpretação das incógnitas, equacionar o problema, resolver as equações, verificação do resultado e dar resposta. Diante desta situação, coloca-se o seguinte problema científico: como melhorar a resolução de sistema de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas pelo método de adição/redução em alunos da 9.ª classe do referido Complexo Escolar 4 de Abril do Município do Sumbe? O estudo tem a finalidade de: resolver exercícios e problemas inerente ao sistema de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas pelo método de adição/redução com vista a melhoria do processo de Ensino – Aprendizagem aos alunos da 9.ª classe do Complexo Escolar 4 de Abril do Município do Sumbe.

A temática é de extrema importância uma vez que ela é aplicada constantemente no quotidiano dos alunos em várias situações definidas por ela mesma e que com um domínio desta temática, os alunos podem resolver variados problemas associados ao contexto a qual está inserido em diversas áreas do saber.

O presente tema continua sendo da actualidade, se tivermos em conta as constantes publicações em artigos, livros, monografias, dissertações e teses a nível mundial sobre esta temática, o que pressupõe uma busca de condições, estratégias e metodologias viáveis para o ensino-aprendizagem desta temática. Daí a necessidade da darmos sequências aos estudos desta temática que de ano em ano, tende a enfermar a vida estudantil dos alunos em Angla e quiçá em quase todo o mundo.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Breve historial sobre Álgebra

A Matemática surgiu para facilitar a vida do homem, pois no seu desenvolvimento foram surgindo certos problemas que só seriam resolvidos através dela. É a Matemática que ajuda o homem a criar, transformar e entender o mundo que o cerca, gerando ciências e novas tecnologias que são usadas para facilitar sua vida, (Jerônimo, 2007).

A área da Matemática que se encarrega ao estudo das equações é denominada Álgebra. É ela que se responsabiliza do estudo das expressões algébricas, números, símbolos, … e equações. A Álgebra surgiu na antiga Babilônia e os primeiros registros foram encontrados no Egipto, porém faltava à Álgebra egípcia os métodos sofisticados da Álgebra babilónica. As primeiras anotações sobre Álgebra encontram-se na obra intitulada Kitab Al-jabr w´al-muqâbalah, nesta faz menção sobre técnicas para resolução de equações pelo trabalho do investigador matemático árabe Mohammed ibnMusa al Khowarizmi (Maomé, filho de Moisés, de Khowarizm) (Baumgart, 1992).

AI-Khwarizmi (738-850), o maior matemático árabe de todos os tempos, resolvia as equações de uma maneira semelhante à que usamos hoje. A diferença é que tudo, até mesmo os números, era expresso por palavras. Ele escreveu um livro chamado Al-jabr, que significa "restauração". Esse livro trazia explicações minuciosas sobre a resolução de equações. Da expressão Al-jabr, originou a palavra Álgebra.

Al- Khowarizmi deu sua contribuição, mas como muitos matemáticos de diversas épocas, não conseguiu expressar as equações totalmente em símbolos. Isso aconteceu 700 anos depois, quando a França e a Espanha estavam em guerra e para evitar que seus planos fossem descobertos usavam códigos em suas mensagens. O único que conseguia decifrar essas mensagens era o francês François Viète um advogado e matemático que passou a ser o principal responsável pela introdução dos símbolos no mundo da Matemática. Por isso, ficou conhecido como pai da Álgebra. Actualmente a palavra álgebra possui um significado muito amplo no campo da Matemática, podendo simplesmente dizer que se trata "da ciência das equações" (Baumgart, 1992).

Como disciplina escolar, por meio dos seus conteúdos e métodos no seio da Matemática, ela era pouco investigada do campo das Ciência. Alguns autores afirmam até os anos 1930 ela não era reconhecida como tal, e de particular influência nesse processo foi o trabalho de van der Waerden, (Aydin 2013).

Em meados do século XX os Estados Unidos da América (EUA), começaram a erguer-se os primeiros indícios de cursos de Álgebra destinados exclusivamente ao seu ensino (Tucker,1993). A afirmação é obtida com base o catálogo das universidades estadunidenses, em que um curso introdutório de Álgebra foi brindado pela primeira vez nos EUA em 1965, na Universidade de Indiana (Cowen,1997). Em relação na Itália, ocorreu na mesma época com os EUA a surgir os primeiros cursos (Ciliberto,1995), embora que existia conteúdos da historia da Matemática e que conteúdos de Álgebra eram conhecidos pelos matemáticos, ela ainda não era tratada como disciplina (Bini,2012).

Segundo Santos (2018), existe outros países em que os indícios da presença de cursos ou de publicações que intervém a Álgebra ergueram na mesma época conforme os académicos referiram como: Chile (Soto, 2014), Croácia (Drmac,2012), Espanha (García & Hernández,1992), Hong-Kong (Li & Tsing,1996), Irã (Radjabalipour & Radjavi, 2009) e Portugal (Bebiano,1998).

Os conhecimentos da Álgebra em tempos actuais, advém de um conjunto de efeitos que as aprendizagens da disciplina vêm ostentando nas últimas décadas.

Pesquisadores, como (Barbosa; Borralho, 2009; Aguiar, 2014) afirmam que, no ensino de Álgebra, ainda prevalece a aprendizagem de um conjunto de técnicas operatórias que busca apenas resolver equações sem contextualizá-las. O que suscita o questionamento se o actual ensino conforma ao aluno uma aprendizagem de facto. No entanto, não se pode ter a discussão de o olhar o ensino actual ou o passado! mais sim compreender o desenvolvimento e as concepções que interpuseram o caminho do desenvolvimento da Álgebra, o que é descrita e é bastante esclarecedora nos trabalhos de Fiorentini, Miguel e Miorim (1993), que influenciaram o ensino desta disciplina de forma significativa.

Concepções sobre sistema de equações do 1.º grau a duas incógnitas

Na Matemática ocidental antiga, são poucas as aparições de sistemas de equações do 1.º grau. No Oriente, contudo, o assunto mereceu atenção bem maior. Na Babilónia, nos anos 1800 a.C., já se preocupavam com soluções de equações do 1.º grau com duas incógnitas. Posteriormente, na China, isto é, nos anos 250 a.C. surge a obra “Nove capítulos sobre a arte matemática”, com vários problemas sobre equações do 1.º grau. Os Chineses representavam os sistemas de equações do 1.º grau por meio de seus coeficientes escritos com barra de bambus sobre quadrados de um tabuleiro. Foi desta forma que esses matemáticos descobriram o método de resolução. Exemplos desse procedimento, encontram-se no Nove capítulos sobre a arte matemática, um texto que data provavelmente do século II a.C. (Pereira & Haffner, 2011)

Domingues (s/d), realça que os sistemas de equações do 1.º grau começaram no Oriente. Em 1683, num trabalho do japonês Sekio Kowa, surge a ideia de determinantes no Ocidente onde começou dez anos depois num trabalho de Leibniz, ligado também a sistemas lineares.

Segundo Dante (2008, p.381), denomina-se sistema de equações do 1.º grau $m \, x \, n$ “ o conjunto S de m equações lineares em n incógnitas”. Um sistema de duas equações lineares a duas incógnitas é todo sistema que obedece a seguinte forma canónica:

$$S: \begin{cases} a_1 x + b_1 y = c_1 \\ a_2 x + b_2 y = c_2 \end{cases} \quad \text{Onde } a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2, x, \ y \in IR$$

Os coeficientes a_1, a_2, b_1, b_2 não podem ser nulos simultaneamente e os termos independentes c_1, c_2 podem ou não ser simultaneamente nulos.

André e Nascimento (2014), são do mesmo entendimento na definição do Sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas com o investigador Dante (2008), e acrescentam : " um par ordenado $(x;y)$ é solução de um sistema de duas equações com duas incógnitas, se x e y, for solução simultaneamente de duas equações; e quanto na determinação da solução os estudiosos consideram o sistema possível e impossível. E por sua vez os sistema possível podem ser: determinado e Indeterminado; o sistema é impossível quando não há nenhum par de números que verifique simultaneamente as duas equações ou seja o sistema não tem solução. $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$

Contextualização do Ensino em Angola

A educação em Angola, está centrada na Lei 32/20, de 12 Agosto (Lei de bases do sistema de Educação e Ensino) que rege a tarefa dos profissionais da educação, bem como as metas que se pretende alcançar para a formação integral do indivíduo. Define no Capítulo I, Artigo 2.º ponto 3, O Sistema de Educação e Ensino é o conjunto de estruturas, modalidades e instituições de ensino, por meio das quais se realiza o processo educativo, tendente à formação harmoniosa e integral do indivíduo, com vista à construção de uma sociedade livre, democrática, de direito, de paz e progresso social. Por sua vez, no capítulo I, Artigo 4.º, apresenta os fins do sistema de Educação e Ensino dos quais podemos referenciar:

Desenvolver harmoniosamente as capacidades intelectuais, laborais. Cívicas, morais, éticas, estéticas, e físicas, bem como o sentimento patriótico dos cidadãos, especialmente dos jovens, de maneira contínua e sistemática e elevar o seu nível científico, técnico e tecnológico, a fim de contribuir para o desenvolvimento socioeconómico do país;

Assegurar a aquisição de conhecimentos e competências necessárias a uma adequada e eficaz participação na vida individual e colectiva;

Garantir a excelência, o empreendedorismo, a eficiência e a eficácia do processo de formação integral do indivíduo.

Mediante os fins constantes na lei, o sistema de educação, manifesta claramente a necessidade de se realizar acções que favoreçam aos alunos um modelo de aprendizagem centrada ao conhecimento que eles possuem, a fim de exercerem na essência, o papel de

ISSN 1983-3423 – IMPRESSA – ISSN 2318 – 8766 – CDROOM – ISSN 2358-1468 - DIGITAL ON LINE

sujeito activo neste processo e que o professor seja apenas um mediador, facilitando para o efeito, a aprendizagem dos alunos mediante uma interacção aberta acerca dos temas a serem debatidos em sala de aula, por meio de um diálogo permanente.

Cada unidade de Ensino tem que ser preparada de tal maneira que tome em consideração, além dos conhecimentos matemáticos especiais propostos segundo a idade e a formação Matemática, a importância e a utilidade desses conhecimentos Matemáticos. Um ensino pleno e uniforme que impede a iniciativa, a criatividade do escolar, embora se pretenda formar um homem integralmente novo, é um problema que deve ser resolvido neste ensino.

Uma das dificuldades mais significativas na formação Matemática dos alunos da 9.ª classe em Angola e em particular no "Colégio 4 de Abril" do Município do Sumbe, Província do Cuanza- sul, é sua pobre preparação para enfrentar a resolução de sistema de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas, nos seus diferentes métodos e com realce neste estudo o método de adição/redução.

Aprendizagem da resolução do sistema de equações do 1.º grau a duas Incógnitas

Desde a antiguidade, a Matemática vem sendo uma disciplina que surpreende a humanidade, devido as suas constantes mutações e aplicabilidade em diversas áreas do saber e da existência da vida humana. O seu ensino, a partir do pré-escolar aos subsistemas de ensino subsequentes em Angola continua sendo foco de grandes debates e estudos, por formas a torna-la numa ciência prazerosa, com uso de métodos e técnicas capazes de permitir a que os alunos possam construir o seu próprio conhecimento, com um mínimo esforço do corpo docente, conforme nos elucida o Instituto Nacional de Investigação de Educação [INIDE] (2019, p.7), "A Matemática é uma das ciências mais antigas e é igualmente das mais antigas disciplinas escolares, tendo sempre ocupado, ao longo dos tempos, um lugar de relevo no currículo […]".

De acordo com Nacarato, Mengaliti e Passos (2015 apud Araman 2017) uma das características para que se possa estabelecer um ambiente de aprendizagem matemática é o diálogo. Para estes autores "a relação dialógica precisa ser estabelecida em sala de aula entre os alunos e professores e entre alunos, e alunos é um ponto essencial para criar um ambiente de aprendizagem" (p.23).

Ainda na senda de melhores metodologias para um ambiente propício para o ensino e aprendizagem da matemática, está a necessidade de se dar voz e ouvido aos

ISSN 1983-3423 – IMPRESSA – ISSN 2318 – 8766 – CDROOM – ISSN 2358-1468 - DIGITAL ON LINE

alunos, no sentido de se exteriorizar as ideias destes na construção do conhecimento, face aos desafios apresentados no contexto quotidiano em sala de aula.

O ensino de sistema de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas no contexto angolano, ocorre a partir do I Ciclo do Ensino Secundário, concretamente na 9.ª classe em cumprimento ao programa previamente estabelecido pelo Ministério da Educação (MED), sendo precedido do ensino de resolução de equações simples, com objectivo único de se encontrar o valor da incógnita, processo este que permite ao aluno, a criação de habilidades de resolução de problemas afectos a vida social e de acordo o contexto quotidiano do aluno. Desta feita, com base ao INIDE (2019, p.7), "a Matemática não é uma ciência sobre o mundo, natural ou social, no sentido em que o são algumas das outras ciências, mas sim uma ciência que lida com objectos e relações abstractas".

O ensino da presente temática, deve ser encarado com maior profundidade, em função do grau de dificuldades que têm vindo a se debater por parte dos alunos. Atendendo a especificidade do mesmo, o programa da disciplina da 9.ª classe, apresenta uma lacuna no que concerne ao tempo estipulado ao ensino, visto que se necessita de mais tempo para que os alunos possam compreender as necessidades constantes da aprendizagem estabelecendo tempo apropriado para a exercitação e aplicação prática dos conteúdos apreendidos durante os eventos matemáticos.

A partir deste aspecto, podemos neste ponto recordar a conceituação de termos que conduzem à compreensão da temática em abordagem, dos quais apresentamos os seguintes:

Equação do 1.º grau a duas incógnitas, $x \ e \ y$, é uma equação do tipo: $ax + by = c$ em que a, b e c são números conhecidos e a e b diferentes de zero. Uma solução de uma equação do 1.º grau a duas incógnitas é um par ordenado de números $(x; y)$ que, substituídos na equação, a transformam numa igualdade verdadeira.

Sistema de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas é uma conjunção de duas condições que têm como solução as soluções comuns às duas equações dadas. Solução de um sistema de duas equações a duas incógnitas é um par ordenado $(x; y)$ que é simultaneamente solução das duas equações.

Sistemas equivalentes são aquelas que têm o mesmo conjunto solução. Um sistema é possível e determinado quando tem um par de números como solução. Um sistema é possível e indeterminado quando tem infinitos pares de números como solução.

Um sistema é impossível se não tem nenhuma solução que verifique simultaneamente as duas equações.

As soluções de uma equação de 1.º grau, com duas incógnitas, podem ser expressas por pares ordenados $(x; y)$ e, também, podem ser representadas graficamente. Toda equação do 1.º grau, com duas incógnitas, x e y, por exemplo, tem infinitas soluções e cada uma delas indicada por um par ordenado de números: $(x; y)$. Essa ordem precisa ser respeitada. O primeiro número representa sempre o valor da incógnita x; o segundo representa sempre o valor da incógnita y.

Alguns problemas de matemática são resolvidos a partir de soluções comuns a duas equações do 1º a duas incógnitas. Nesse caso, diz-se que as equações formam um sistema de equações do 1º grau a duas incógnitas, que indicamos escrevendo as equações abrigadas por uma chaveta e o par ordenado que verifica ao mesmo tempo as duas equações são chamado solução do sistema, indicamos pela letra S, de solução.

Para a resolução do sistema de duas equações do 1-º gau a duas incógnitas, são utilizados diferentes métodos. Assim, ao longo da história desenvolveram-se os seguintes: método de adição ou redução, de comparação, de substituição, de Gráfico, de Cramer e de Gauss. Importa realçar que os métodos mais empregues na Escolas Angolanas são: o método da substituição, da adição, comparação e método gráfico. O método de adição ou redução é o método em que os alunos do Colégio apresentaram maior dificuldades, razão pelo qual suscitou a realização do presente estudo.

Procedimentos de resolução pelo método de adição ou redução

Atendendo os princípios de equivalência, aprendemos que adicionando ou subtraindo membro a membro duas igualdades, obtém-se uma nova igualdade. Assim sendo, este método consiste em somar as duas equações, mas isso deve ser feito sempre de modo a eliminar uma das variáveis na nova equação obtida. Ou seja, é preciso chegar a uma só equação, com uma só incógnita. Para que isso ocorra, é necessário que existam termos opostos nas duas equações (em relação a uma mesma variável) e em seguida verificar os resultados encontrados no sistema dado, posteriormente apresentar o conjunto solução.

Vejamos por exemplo: Resolva em $\mathbb{R}$ pelo método de adição/redução o seguinte sistema de duas equações.

$$\begin{cases} 3x + 2y = -5 \\ x - 2y = -7 \end{cases}$$

Para realizar o método da adição, devemos lembrar que os **coeficientes de uma das incógnitas devem ser opostos**, ou seja, ter números iguais com sinais contrários.

$$\begin{cases} 3x + 2y = -5 \\ x - 2y = -7 \end{cases}$$

Observe que os coeficientes da incógnita y atendem nossa condição, assim, basta somar cada uma das colunas do sistema, obtendo a equação:

$$4x + 0y = -12 \longrightarrow 4x = -12 \longrightarrow x = -3$$

Em seguida busca-se o oposto dos coeficientes de outra incógnita no sistema proposto e efectua-se a operação.

$$\begin{cases} 3x + 2y = -5 \\ x - 2y = -7 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = -5 \\ x - 2y = -7/\,.(-3) \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = -5 \\ -3x + 6y = 21 \end{cases}$$
$$\overline{8y = 16 \rightarrow y = 2}$$

Verificação

$$\begin{cases} 3x + 2y = -5 \\ x - 2y = -7 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 3.(-3) + 2.2 = -5 \\ (-3) - 2.2 = -7 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} -9 + 4 = -5 \\ -3 - 4 = -7 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} -5 = -5 \\ ME = MD \\ -7 = -7 \\ ME = MD \end{cases}$$

Portanto, a solução do sistema é S: {(-3; 2)}

Esse método também é indicado para qualquer caso em que um dos termos de uma das equações é múltiplo de um dos termos da outra. Nos demais casos, o método da adição pode ser usado, mas envolve mais passos ou mais multiplicações com números decimais, o que possivelmente tornará a solução do problema mais difícil do que por outro método.

A realidade tem mostrado as constantes dificuldades apresentadas pelos alunos na resolução do sistema de duas equações do 1.º grau com maior realce às que não apresentam termos simétricos. Para facilitar o aprendizado, e ajudar a desenvolver habilidades por parte dos alunos neste método da adição, um dos aspectos a se ter em conta são os seguintes passos:

Exemplo 2: Resolva em $\mathbb{R}$ o seguinte sistema pelo método de adição.

ISSN 1983-3423 – IMPRESSA – ISSN 2318 – 8766 – CDROOM – ISSN 2358-1468 - DIGITAL ON LINE

$$\begin{cases} 4x - 2y = 14 \\ 12 = -6y + 6x \end{cases}$$

Primeiro passo: organizar os termos do sistema.

Como o método envolve a soma de termos, esses termos devem ser semelhantes, ou seja, devem possuir a mesma incógnita. Para facilitar esse procedimento, é melhor posicionar os termos semelhantes um logo abaixo do outro no sistema. Assim, teremos no exemplo:

$$\begin{cases} 4x - 2y = 14 \\ 6x - 6y = 12 \end{cases}$$

Segundo passo: multiplicar uma das equações por um coeficiente conveniente.

Nota: quando um dos termos de uma equação for o oposto aditivo de um dos termos da outra equação, não será preciso utilizar este passo. No caso do exemplo, note que os termos $-2y$ e $-6y$ são múltiplos. Para que se tornem opostos aditivos, basta multiplicar $-2y$ por – 3. O resultado dessa multiplicação é $6y$, que é o oposto aditivo de $-6y$ da segunda equação.

Para fazer essa multiplicação e não alterar o resultado do sistema, basta multiplicar todos os termos da primeira equação por esse mesmo factor – 3. Observe:

$$\begin{cases} 4x - 2y = 14/.(-3) \\ \quad 6x - 6y = 12 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} -12x + 6y = -42 \\ \quad \underline{6x - 6y = 12} \end{cases}$$
$$-6x = -30 \longrightarrow x = 5$$

Terceiro passo: Efectuar a operação no sistema em ordem a incógnita x

$$\begin{cases} 4x - 2y = 14 \\ 6x - 6y = 12 \end{cases}$$

Como os coeficientes de x no sistema não são múltiplos entre si, então submete a multiplicação de ambas as equações por formas a obter coeficientes simétricos. Neste caso, multiplica-se a primeira equação por (-3) e a segunda por 2 e de seguida efectua-se a operação.

$$\begin{cases} 4x - 2y = 14/.(-3) \\ \quad 6x - 6y = 12/.2 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} -12x + 6y = -42 \\ \quad 12x - 12y = 24 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} -12x + 6y = -42 \\ \quad \underline{12x - 12y = 24} \end{cases}$$
$$-6y = -18 \longrightarrow y = 3$$

Verificação:

$$\begin{cases} 4x - 2y = 14 \\ 12 = -6y + 6x \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 4(5) - 2.3 = 14 \\ 12 = -6.3 + 6.5 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 20 - 6 = 14 \\ 12 = -18 + 30 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 14 = 14 \\ ME = MD \\ 12 = 12 \\ ME = MD \end{cases}$$

Portanto, a solução do sistema é $S: \{(5; 3)\}$

Repare que o objectivo desse método é zerar uma das incógnitas após a soma das equações. Se isso não acontecer, todo o processo deve ser revisto, pois, algum erro foi cometido.

Aplicações pratica de sistema de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas

Segundo Lamim (2000), mais de 75% de todos os problemas matemáticos encontrados em aplicações científicas e industriais envolvem resolução de sistema de equações do 1.º grau. Mesmo que não se perceba, diversas áreas usam sistemas de equações lineares em seu dia-a-dia, os mais óbvios são os matemáticos, mas eles também podem ser usados em outros campos ou em outras ciências como em Administração, por exemplo, em uma empresa de vestuários, na compra e venda de roupas, às vezes também são usados na Economia para fazer análise de custos, na Medicina, para acompanhar a receita de medicamentos entre um paciente e outro ou para montar uma dieta equilibrada para perda de peso, em salas de aulas, em circuitos elétricos, para determinar a corrente elétrica em ciclos, na Física, no cálculo de distâncias entre um determinado ponto, na Química, no balanceamento de equações químicas, entre outras.

Problema n.º 1: Mateus promoveu uma festa com os seus colegas de turma. Cada rapaz levou mais dois convidados, e cada menina mais uma convidada. Compareceram todos os 25 colegas de turma e mais 35 convidados. Quantos rapazes e quantas meninas são colegas do Mateus?

Etapa 1. Declaração das incógnitas: Número de meninas$\longrightarrow y$; Número de rapazes $\longrightarrow x$

Etapa 2. Elaboração de um plano:

O total de colegas é 25. $\longrightarrow x + y = 25$ (I)

Como cada rapaz levou mais dois convidados $(2x)$ e cada menina mais uma convidada (y), tem como total de convidados 35, isto é: $2x + y = 35$ (II). Temos o seguinte sistema:

$$\begin{cases} x + y = 25 \text{ (I)} \\ 2x + y = 35 \text{ (II)} \end{cases}$$

Etapa 3. Execução do plano: prosseguindo com a resolução do problema em ℝ pelo método de adição ou redução que segundo Iezzi (2004, p. 263) "o método de adição é o mais adequado quando o coeficiente de uma das incógnitas na primeira equação é o oposto (simétrico) do coeficiente da mesma incógnita na segunda equação, pois, somando as equações, eliminamos uma incógnita".

$$\begin{cases} x + y = 25 \\ 2x + y = 35 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x + y = 25/.(-1) \\ 2x + y = 35 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} -x - y = -25 \\ 2x + y = 35 \end{cases}$$
$$\overline{\qquad x = 10 \qquad}$$

Efectua-se a mesma operação em ordem a outra incógnita (y):

$$\begin{cases} x + y = 25 \\ 2x + y = 35 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x + y = 25/.(-2) \\ 2x + y = 35 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} -2x - 2y = -50 \\ 2x + y = 35 \end{cases}$$
$$\overline{-y = -15/.(-1) \longrightarrow y = 15}$$

Etapa 4. Verificação dos resultados

$$\begin{cases} x + y = 25 \\ 2x + y = 35 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 10 + 15 = 25 \\ 2.10 + 15 = 35 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 25 = 25 \\ ME = MD \\ 35 = 35 \\ ME = MD \end{cases}$$

Portanto, a solução do sistema é S: {(10; 15)}

Resposta: o Mateus tem 10 rapazes e 15 meninas como colegas.

Problema n.º 2. Na roulote do colégio 4 de Abril do Sumbe, um gelado de múcua e três charutos (bolinhos) custam 60 kzs. O preço de três gelados de múcua e de dois charutos são 110 kzs. Qual é o preço de cada gelado e de cada charuto?

Etapa 1. Declaração das incógnitas: Gelado de múcua $\longrightarrow x$; Charuto $\longrightarrow y$

Etapa 2. Elaboração de um plano: $x + 3y = 60$ (I) e $3x + 2y = 110$ (II).

Temos o seguinte sistema:

$$\begin{cases} x + 3y = 60 \quad \text{(I)} \\ 3x + 2y = 110 \quad \text{(II)} \end{cases}$$

Etapa 3. Execução do plano: prosseguindo com a resolução do problema em ℝ pelo método de adição ou redução obtem-se:

$$\begin{cases} x + 3y = 60 \quad \text{(I)} \\ 3x + 2y = 110 \quad \text{(II)} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x + 3y = 60/.(-3) \\ 3x + 2y = 110 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} -3x - 9y = -180 \\ 3x + 2y = 110 \end{cases}$$

$$-7y = -70 \longrightarrow y = \frac{-70}{-7} \longrightarrow y = 10$$

Efectua-se a mesma operação em ordem a outra incógnita (x):

$$\begin{cases} x + 3y = 60 \quad \text{(I)} \\ 3x + 2y = 110 \quad \text{(II)} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x + 3y = 60/.(-2) \\ 3x + 2y = 110/.(3) \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} -2x - 6y = -120 \\ 9x + 6y = 330 \end{cases}$$

$$7x = 210 \longrightarrow x = \frac{210}{7} \longrightarrow x = 30$$

Etapa 4. Verificação dos resultados:

$$\begin{cases} x + 3y = 60 \\ 3x + 2y = 110 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 30 + 3.10 = 60 \\ 3.30 + 2.10 = 110 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 60 = 60 \\ ME = MD \\ 110 = 110 \\ ME = MD \end{cases}$$

Portanto, a solução do sistema é S: {(30; 10)}

Resposta: cada gelado de múcua custa 30 kzs e cada charuto custa 10 kzs.

Problema n.º 3. Na fábrica de cimento Yetu do Cuanza-Sul (Sumbe) 24 jovens receberam formação profissional. Um terço deles é rapariga. Quantos rapazes e quantas raparigas são formados nesta fábrica?

Etapa 1. Declaração das incógnitas: Rapazes $\longrightarrow x$; Raparigas $\longrightarrow y$

Etapa 2. Elaboração de um plano: O total de rapazes e raparigas é 24, isto é: $x + y = 24$. E como o número de raparigas é um terço dos rapazes, então: $y = \frac{x}{3}$. Formou-se o seguinte sistema:

$$\begin{cases} x + y = 24 \ \text{(I)} \\ y = \dfrac{x}{3} \ \text{(II)} \end{cases}$$

Etapa 3. Execução do plano: prosseguindo com a resolução do problema em ℝ pelo método de adição ou redução obtém-se:

$$\begin{cases} x+y=24 \text{ (I)} \\ y=\frac{x}{3} \text{ (II)} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y=24 \\ y=\frac{x}{3} \;/.(3) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y=24 \\ 3y=x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y=24 \\ -x+3y=\ 0 \end{cases}$$

$$4y=24 \rightarrow y=\frac{24}{4} \rightarrow y=6$$

Efectua-se a mesma operação em ordem a outra incógnita (x)

$$\begin{cases} x+y=24 \\ y=\frac{x}{3} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y=24 \\ y=\frac{x}{3} \;/.(3) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y=24 \\ 3y=x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y=24 \;/.(-3) \\ -x+3y=\ 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -3x-3y=-72 \\ -x+3y=\ 0 \end{cases}$$

$$-4x=-72 \rightarrow$$

$$\rightarrow x=\frac{-72}{-4} \rightarrow x=18$$

Etapa 4. Verificação dos resultados:

$$\begin{cases} x+y=24 \text{ (I)} \\ y=\frac{x}{3} \text{ (II)} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 18+6=24 \\ 6=\frac{18}{3} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 24=24 \\ ME=MD \\ 6=6 \\ ME=MD \end{cases}$$

Portanto, a solução do sistema é S: {(18; 6)}

Resposta: nesta fábrica são formados 18 rapazes e 6 raparigas.

Percurso metodológico

Nesta sessão apresenta-se a trajectória metodológica tendo em conta o contexto e realidade do Colégio em questão.

A pesquisa foi desenvolvida no Colégio 4 de Abril do Sumbe, Província Cuanza-Sul/Angola, no I ciclo do Ensino secundário (que compreende as 7.ª, 8.ª e 9.ª classes) com 130 alunos da 9.ª classe selecionados para a amostra, num universo de 607. De igual modo houve envolvimentos de 4 professores num universo de 7 e 3 membros de direcção num universo de 4. O envolvimento dos intervenientes, permitiu aflorar o estado real da temática no referido Colégio, permitindo deste modo a obtenção de informações pertinentes de modos ao alcance do objectivo do presente estudo.

O ensino da disciplina de Matemática especificamente na 9.ª classe, relativamente ao tema em estudo, pretende-se alcançar os seguintes objectivos: conhecer sistemas de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas; conhecer os métodos de resolução do sistema de duas do 1.º grau a duas incógnitas e compreender os procedimentos da resolução de problemas. Apropriar-se de um conjunto de conhecimentos, habilidades e saberes

ISSN 1983-3423 – IMPRESSA – ISSN 2318 – 8766 – CDROOM – ISSN 2358-1468 - DIGITAL ON LINE

relacionados com a vida quotidiana, possibilitando na resolução de certos tipos de problemas a partir do raciocínio lógico e sua criatividade, permitindo deste modo, a construção do seu próprio conhecimento adquirindo bases que o garanta a sustentabilidade nas classes subsequentes.

Considerando os objectivos propostos para este estudo, suas características e o número de participantes, optou-se por fazer uma abordagem predominantemente qualitativa. Tendo em conta as características do método qualitativo elencados por Bogdan e Biklen (1994), este tipo de pesquisa tem o ambiente natural como sua fonte directa de dados e o pesquisador como seu principal instrumento, os dados construídos são predominantemente descritivos, interpretativos e a preocupação com o processo é muito maior do que com o produto; portanto, o ’’significado’’ que as pessoas dão às coisas e a sua vida são focos de atenção especial pelo pesquisador, a análise dos dados tende a seguir um processo indutivo [...] nos dados é possível observar transcrições de entrevistas, notas de campo, fotografias e documentos (Viera, Zouain & Bardin, 2011).

Ao longo do desenvolvimento do estudo, fez- se a revisão bibliográfica, consulta de documentos normativos tais como: programas da disciplina e da classe, que envolve o objecto e campo de estudo; aplicou-se instrumentos de recolha de dados concretamente questionário dirigido aos professores de Matemática da classe, aos membros de direcção, e aos alunos.

O Colégio está localizado na Zona 4, bairro do É-15, contém 13 salas (das quais uma destinada aos professores), 4 gabinetes e 6 casas de banho. Funciona desde 2018, tendo recebido alunos do I Ciclo do Ensino Secundário, num total de 1.446 alunos, cumprindo com as normas constantes da Lei Base do Sistema de Educação e Ensino, da Constituição da República de Angola, bem como o regulamento interno que regem as actividades nesta Instituição de ensino. Começou com um universo de 60 professores. Actualmente, a Instituição funciona com um recurso humano constituído por 72 (setenta e dois) funcionários, sendo 66 professores, dos quais 7 leccionam a disciplina de Matemática; 2 funcionários administrativos colocados na secretaria e 4 continas. Foram matriculados 1.572 alunos, deste universo 607 frequentam a 9.ª classe distribuídos em 11 turmas.

Resultados obtidos:

Aos membros de direcção

Com base ao questionário dirigido aos três membros de direcção, e por formas a obter informações concretas sobre o andamento do processo de Ensino - Aprendizagem da temática em estudo, os membros de forma satisfatória responderam com clareza as questões colocadas, conforme se descreve:

Os inqueridos possuem idoneidade, uma vez que possuem experiência de trabalho superior a 18 anos, com idades compreendidas entre os 35 a 42 anos, ocupando o cargo, há mais de 6 anos e ostentam o grau de licenciados.

Em relação aos encontros metodológicos com os professores, os membros afirmaram que têm realizado com todos que leccionam a disciplina, mas não com muita frequência o que tem atrasado deste modo a dinâmica que esta área de conhecimento apresenta e a sua mutação no mundo e a sociedade face a globalização; quanto ao apetrechamento de matérias didacticos no Colégio em causa, os mesmos afirmaram que há necessidade de se apetrechar a Instituição com material didáctico por formas a facilitar a aprendizagem dos alunos e o desenvolvimento das actividades dos professores em eventos matemáticos permitindo deste modo o alcance dos objectivos preconizados, uma vez que os professores têm utilizados os meios de ensino pessoais, face a carência de materiais didácticos.

Relativamente ao rendimento e/ou aproveitamento da aprendizagem dos alunos sobre a Matemática, os membros foram perentórios em afirmar que existe ainda a necessidade de se trabalhar mais com vista ao alcance de melhores resultados na temática em estudo, atendendo a realidade que se tem vivenciado a partir dos resultados estatísticos apresentados pelos professores no final do trimestre.

Aos professores

No que tange a motivação dos alunos sobre a questão em abordagem, os professores responderam que apenas alguns alunos é que se sentem motivados, facto esta resultante do desinteresse pela disciplina de Matemática, partindo das classes anteriores.

Ao que se refere as estratégias metodológicas utilizadas pelos professores para facilitar a construção de conhecimentos dos alunos, os mesmos afirmaram que têm partilhado as dificuldades vivenciadas nas turmas (quer por parte do professor ou aluno) e em colectivo, buscam soluções para cada caso, por formas a evitar os erros no Processo de Ensino- Aprendizagem.

Para o melhoramento do processo de Ensino- Aprendizagem da resolução do sistema de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas pelo método de adição/redução, os professores são de opinião que se preste atenção aos aspectos: capacitação teórico-metodológica dos professores de forma sistemática; melhoramento da atenção individualizada aos alunos; aquisição do material didáctico a nível institucional; fazer sentir os objectivos educativos das aulas por forma a vincular a teoria com a pratica a partir da realidade quotidiana dos alunos.

Aos alunos

Os alunos consideram que a metodologia utilizada pelos professores em salas de aulas constitui um factor fundamental para aprendizagem dos mesmos. Neste quesito, os inqueridos apresentaram divergências nos seus argumentos quanto a forma em que os professores facilitavam as aprendizagens, uma vez que a maioria são de opinião que os professores envidem esforços de melhorar as estratégias por formas a atingir à todos independentemente das dificuldades que venham apresentando, isto é, através da atenção individualizada.

Dos quatro métodos de resolução do sistema de duas equações do 1.º a duas incógnitas pautados no programa da classe, os mesmos afirmaram que têm maior habilidade na resolução pelos métodos de comparação, substituição, e apresentam maior dificuldades no uso do método de adição/redução bem como, o método do gráfico (este ultimo requer um estudo posterior dada complexidade). Isto demostra a premente necessidade de se desenvolver nos alunos a habilidade de cálculos de sistema de equações do 1.º grau a duas incógnitas, aplicando diferentes métodos, com maior realce ao método de redução/adição.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O estudo da resolução de sistema de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas desempenha um papel fundamental na construção dos conhecimentos dos alunos a partir da sua aplicabilidade no seu quotidiano, situações estas que o ajuda a desenvolver o raciocínio lógico, a criatividade e habilidades que lhe garantam a sustentabilidade para a aprendizagem da Matemática nas classes subsequentes.

Para os membros de direcção o processo de Ensino- Aprendizagem dessa temática carece de intervenção, dado o seu estado actual, facto este que para eles, pode ser melhorada por meio de encontros metodológicos com os professores, bem como o apetrechamento do Colégio com materiais didácticos por formas a facilitar a aprendizagem dos alunos e o desenvolvimento das habilidades.

Os professores, encontram dificuldades no desenvolvimento das actividades em eventos matemáticos devido a má preparação dos alunos a partir das classes anteriores, a desmotivação por parte de um número considerável de alunos, a falta de material apropriado na Instituição, e para o seu aperfeiçoamento, urge a necessidade de se capacitar metodologicamente os professores de forma sistemática, atendendo o melhoramento da atenção individualizada aos alunos, assim como a aquisição do material didáctico a nível institucional.

Os alunos referenciam a necessidade de uma metodologia por parte dos professores que estejam voltadas a realidade e contexto ao que estão inseridos de forma a compreenderem os conteúdos matemáticos a partir da sua relação com o quotidiano, bem como empreender maior parte do tempo na aprendizagem da temática em estudo por meio de resolução de problemas que ajudam a desenvolver o raciocínio lógico, cujas dificuldades aumentam gradualmente.

O estudo demostrou a premente necessidade de se desenvolver acções que visam o melhoramento das estratégias na resolução do sistema de equações do 1.º grau a duas incógnitas pelo método de adição/ redução, uma vez que tem dificultado os alunos na sua aplicação face a resolução dos exercícios e problemas nas suas aprendizagens.

ISSN 1983-3423 – IMPRESSA – ISSN 2318 – 8766 – CDROOM – ISSN 2358-1468 - DIGITAL ON LINE

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

Aguiar, M. O. (2014.). *Percurso da didatização do pensamento algébrico no Ensino Fundamental: uma análise a partir da Transposição Didática e de Teoria Antropológica do Didático*. São Paulo, Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo. São Paulo.

André, D. J. & Nascimento I. d. (2014). *Matemática - 9ª Classe. Editora Árvore do Saber.*

Angola, A. N. (2020). *Lei de Bases do Sistema de Educação. Diário da República, I Série, Nº123 de 12 de Agosto, que altera a Lei 17/16.* Luanda: Diário da República.

Araman, E. (2017). *Uma discussão a respeito dos saberes necessários para docência nos anos iniciais do ensino fundamental.* In: Silva, K., Dalton, J. (org). Educação Matemática e pesquisa: algumas perspectivas. Brasil. Editora Livraria da Física.

Aydin, S. (2013). *Some analysis on a first course in linear algebra. Turkish Online Journal of Science & Technology*, 3(1), 139-144.

Barbosa, E.; Borralho, A. (2009). *Pensamento algébrico e explorações de padrões*. Disponível em: "apm.pt/files/Cd Barbosa, e Borralho 4 a5752d698ac2.pdf" Acesso em: 8 fev..

Baumgart, J. K. (1992). *Álgebra. Série Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula*. São Paulo – SP: Atual Editora.

Bini, D. A. (2012). Linear Algebra in Italy: Before and after computers. IMAGE, 49, 11- 16.

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação.* Portugal. Porto Editora.

Ciliberto, C. (1995). *Italian algebraic geometry between the two world wars.* Kingston, Ontário: Queen's University.

Cowen, C. C. (1997). *On the centrality of linear algebra in the curriculum*. Disponível em: htpp:/www.maa.org.centrality-of-linear- algebra.

Dante, L. R. (2008). *Matemática: contexto e aplicações, volume único. 3. ed. São* Paulo: Ática.

Domingues, H. H. (S/D), *Só Matemática*. Virtuous Tecnologia da Informação, 1998-2023"Origem dos sistemas lineares e determinantes". Consultado em 27/01/2023 às 08:59. Disponível na Internet em https://www.somatematica.com.br/historia/sistemas.php.

Fiorentini, D.; Miguel, A.; Miorim, M. A. (1993). *Contribuição para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar*. Pro-Posições, Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação – Unicamp. Campinas, v.4, n.1[10], p.78-91.

Haidt, R. (199). *Curso de Didactica Geral*. 7.ª Ed. São Paulo: Ática.

Iezzi, G. (2004). *Fundamentos da Matemática elementar*, 1: Conjuntos numéricos,8ª ed. São Paulo: Atual.

INIDE/MED (2019). *Programas de Matemática 7ª, 8ª e 9ª classes*. Editora Moderna. Angola.

Jerônimo., M. A. M. (2007). *Dificuldades dos alunos da EJA para interpretar e resolver situações-problema matemáticos*. Bananeira- PB Lda.

Lamin, M. R. (2000). *Resolução de problemas modelados com sistemas de equações lineares*. Florianópolis.

Pereira, L. F. A. & Haffner, J. F. (2011). Aula 1 – *Sistemas de Equações Lineares*.

Radjabalipour, M. & Radjavi, H. (2009). *Linear Algebra in Iran*. IMAGE, v. 42, 20-21.

Santos, E.G. (2018). *História da Disciplina Álgebra Linear: primeiras aproximações.* Universidade Federal da Paraíba- Brasil.

Tucker, A. (1993). *The Growing Importance of Linear Algebra in Undergraduate Mathematics*. College Mathematics Journal, 24(1), 3-9.

Van der Waerden, B. L. (1975). *On the sources of my book Moderne Algebra*. Historia mathematica, 2(1), 31-40.

Viera, Zouain, 2., & Bardin, 2. (2011). *Análise da utilização de estudo qualitativo.*

Autores:
Baptista Manuel João
Assistente. Instituto Superior de Ciências de Educação do Sumbe.
Província do Cuanza Sul, Angola., (+244) 927 104 610.
E-mail: baptista22014@gmail.com
Orid: https://orcid.org/0000-0003-2602-541x
País: Angola

Abrão Tiago Muongo
Assistente Estagiário. Instituto Superior de Ciências de Educação do Sumbe.
Província do Cuanza Sul, Angola. (+244) 925 025 529.
E-mail: abraotiago@hotmail.com,
Orcid: https://orcid.org/0000-0001-5952-7382
País: Angola