

Vol XVI, Núm 1, jan-jun, 2023, pág 95-111.

**MATERIAL DOURADO E SITUAÇÕES DIDÁTICAS NO ENSINO DA
MATEMÁTICA NA AMAZÔNIA**

**POTENTIALITIES OF REFLECTIVE ABSTRACTION STIMULATED BY THE
GOLDEN MATERIAL AND DIDACTIC SITUATIONS OF MATHEMATICS IN THE
AMAZON**

Heric Frankles Batista Soares

Elizabeth Tavares Pimentel

RESUMO

Este artigo é referente à revisão de literatura relacionada aos conceitos: material concreto, abstração reflexionante e Teoria das Situações Didáticas, elementos que compõem o núcleo da pesquisa de dissertação, a qual pretende avaliar o uso do material concreto, especialmente o material dourado, com foco na abstração reflexionante mediada pela Teoria das Situações Didáticas. Na elaboração do artigo, a concepção filosófica orientadora foi a da Epistemologia Genética; o método de abordagem utilizado, o dialético; o método de procedimento, o histórico. A modalidade de pesquisa científica utilizada foi a bibliográfica e a técnica de pesquisa empregada, o fichamento. Este texto demonstra que as pesquisas com o material concreto, especialmente o material dourado, envolvendo a abstração reflexionante, assim como o uso da Teoria das Situações Didáticas, estão quase totalmente voltadas para as regiões Sul e Sudeste, enquanto, para as regiões Norte e parte da região Nordeste, que compõem a região amazônica, não foram identificados estudos com essa temática específica, em especial o aprofundamento do estudo da matemática como ciência que mobiliza o desenvolvimento do raciocínio lógico do ser humano.

Palavras-chave: sequência didática; Teoria das Situações Didáticas; engenharia didática.

ABSTRACT

The present article is referent to a bibliographic review related to the concepts of concrete material, reflective abstraction and the Theory of Didactic Situations, elements that make up the core of dissertation research, which intends to evaluate the use of concrete material, especially the golden material, focusing on the reflective abstraction mediated by the Theory of Didactic Situations. For this paper, the guiding philosophical concept was Genetic Epistemology; the approach method used was the dialectic one; the procedure method was historic. The method of scientific research used was the bibliography and the research technique applied was the one named annotated citations. This text demonstrates that the research with concrete material, especially with the golden one, involving reflective abstraction, as well as the use of the Theory of Didactic Situations, is almost entirely focused on the South and Southeast regions, while in the North and part of from the Northeast region, which are part of the Amazon region, no studies were identified with this specific theme, especially further studies of mathematics as a science that mobilizes the development of the logical reasoning of the human being.

Keywords: didactic sequence; Theory of Didactic Situations; Didactic Engineering.

INTRODUÇÃO

A elaboração da presente revisão de literatura faz parte da fundamentação teórica de dissertação de mestrado desenvolvida pelo primeiro autor deste trabalho, no ano de 2021, no âmbito do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Humanidades da Universidade Federal do Amazonas. A investigação inicial baseou-se em responder à questão: como as sequências didáticas voltadas para o ensino da matemática de estudantes do 5º ano do ensino fundamental que propõem o uso do material concreto e têm potencial para desenvolver a abstração reflexionante podem estar subsidiadas num ambiente intencional pedagógico e potencializar o aprendizado?

Em pleno século XXI, com o advento da multimídia nos meios de comunicação, as crianças são “bombardeadas” de conteúdo em relação a diversos assuntos. Contudo, para que haja a educação que se entende como a formação de hábitos capazes de guiar esse indivíduo — hoje criança e amanhã adulto — na consecução dos seus próprios objetivos que lhe tornem uma pessoa feliz e que contribua para a felicidade da comunidade, faz-se necessária a intencionalidade de conduzir essa criança. Nessa perspectiva, por direito, ela possui a incapacidade legal de filtrar e apropriar-se desse conteúdo, cabendo aos que lhe são responsáveis, inclusive com a participação do Estado, a realização desse desiderato construído historicamente.

A matemática tem sido um grande desafio na história da educação brasileira quando são comparados os resultados obtidos pelos estudantes com os indicadores internacionais (OCDE, 2019). Por outro lado, cabe mencionar que a matemática compõe ferramenta essencial para a vida cotidiana do cidadão, conforme ratifica a obra *Na vida dez, na escola zero* (NUNES; HLENKA, 2017), e por isso precisa ser encarada não como simples disciplina escolar, mas como instrumento de relação social. E a percepção de enxergar a matemática pelo prisma que a realidade vivida diariamente lhe atribui deve estar presente tanto na mente de professores quanto na de estudantes, para que, assim, seja possível a comunhão de esforços em prol dos objetivos que são comuns quando se fala na educação daqueles que são o futuro Brasil.

O uso de material concreto como apoio a estudantes do 5º ano do ensino fundamental está de acordo com as competências específicas de matemática para o ensino fundamental presentes na BNCC (BRASIL, 2018). Nesse sentido, a intenção desse nível de ensino para com os estudantes está em: “Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a

capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo” (BRASIL, 2018, p. 267).

Justifica-se o esforço expresso neste artigo científico pautando-se na relevância de contribuir para que o ensino de matemática na Amazônia apoie-se em subsídios científicos que o conectem ao século XXI e desprendam-no da repetibilidade de práticas de ensino ligadas ao século XIX e muitas vezes antes dele. Também se fundamenta na sua originalidade e no ineditismo, uma vez que a união desses três elementos no ensino da matemática não foi identificada em nenhuma região do país.

Diante do exposto, foi realizada análise crítica de textos considerando na seleção descritores que serão expressos a seguir. Porém, é digno de destaque que o ponto de interseção entre eles é a Epistemologia Genética (PIAGET; GARCIA, 2011).

O método de abordagem foi o dialético, conforme se lê em Lakatos e Marconi (2021), que orientou a construção deste artigo considerando os aspectos de: ação recíproca, mudança dialética, passagem da quantidade para a qualidade e interpretação dos contrários. O método de procedimento utilizado foi o histórico, pois oferece fundamento para a inter-relação dialética observada pelos autores deste artigo. Vale registrar que o contexto que cercou a sua escrita é o da pandemia da covid-19, que estimulou a forma bibliográfica na modalidade de pesquisa científica e na técnica de pesquisa do fichamento, conforme Lakatos e Marconi (2021) e o texto *Modalidades de pesquisas científicas* (UFRGS, 2009).

O objetivo deste artigo é registrar a revisão de literatura a respeito dos conceitos: abstração reflexionante, material concreto com especificidade no material dourado e Teoria das Situações Didáticas. Tais elementos são o núcleo de pesquisa para a dissertação em desenvolvimento.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Para esta revisão, foi considerado o período de 2016 a 2022, no qual as pesquisas foram direcionadas de acordo com as temáticas de interesse.

Na pesquisa realizada no Portal de Periódicos da CAPES, foram utilizados os descritores: “ensino matemática”, “sequência didática” e “material concreto”, com os limitadores de publicações de até cinco anos e que fossem “revisados por pares”. Como resultado, foram obtidos 105 trabalhos, cujos títulos e resumos foram lidos.

Após o esforço inicial mencionado, foram selecionados apenas dois artigos: *Ressignificação dos produtos notáveis utilizando material concreto* (VENTURA; LAUDARES, 2016) e *Inventario de estilos de aprendizaje de David Kolb y los profesores de ciencias y matemáticas: diálogo sobre el método de enseñanza* (ASSUNÇÃO; NASCIMENTO, 2019).

Com o intuito de obter mais trabalhos, realizou-se nova pesquisa, adicionando à busca avançada mais dois descritores: “abstração reflexionante” e “Teoria das Situações Didáticas”, sendo mantidos os demais descritores anteriores, assim como os limitadores de busca já apresentados, mas, surpreendentemente, apenas dois trabalhos surgiram como resultado. No entanto, ambos foram considerados relevantes para integrar uma leitura mais aprofundada. São eles: *A engenharia didática em pesquisas publicadas nos últimos dez anos da revista Educação Matemática Pesquisa* (BIANCHINI; MACHADO, 2019) e *História da análise matemática e desenvolvimento cognitivo* (THOMÉ; DURO; ANDRADE, 2020).

Um incremento na base de dados sugerida foi o de acessar o Portal de Periódicos da CAPES a partir da modalidade Comunidade Acadêmica Federada (CAFe). Nessa modalidade a quantidade de trabalhos identificados, inicialmente, foi de 112. E, na análise mais detida, apenas mais um artigo foi eleito para uma leitura mais detalhada; mesmo na segunda consulta, em modalidade CAFe, em que também foram adicionados mais dois descritores, o que não alterou o resultado inicial. O artigo adicionado foi *A experimentação como recurso didático no estudo de proporcionalidade entre grandezas* (SILVA et al., 2021).

Na pesquisa realizada na BDTD, os descritores utilizados foram os mesmos trazidos inicialmente. No entanto, apenas quatorze trabalhos foram listados. E, após leitura dos títulos e dos respectivos resumos, apenas cinco foram considerados para uma leitura mais detida e aprofundada: *O aprendizado da matemática no ensino fundamental: um estudo com a turma do 2º ano*, dissertação de Fernanda Aparecida Caetano (2016); *O uso de jogos e material concreto no ensino de geometria espacial*, dissertação de Luciano Mateus Fizzon (2018); *Uma engenharia didática para aprendizagem de geometria analítica no ensino médio*, tese de Alessandra Lisboa da Silva, cuja referência está registrada como Lisboa (2019); *Desenvolvimento e aplicação de uma sequência didática com foco nas relações matemáticas que englobam leis físicas*, dissertação de Jean Paulo Magalhães Doval (2019); *Investigando o ensino e a aprendizagem de multiplicação de frações: um estudo com alunos do 6º ano*, dissertação de Daiana dos Santos Oliveira Fischer (2020).

No banco de dados do PPGECH, foram analisadas dissertações dos anos de 2018, 2019, 2020 e 2021, com a quantidade de sete, sete, onze e dezenove textos, respectivamente. A partir da leitura dos títulos e dos resumos, inicialmente, apenas foram selecionadas três dissertações para uma leitura mais aprofundada, no entanto apenas duas dissertações foram selecionadas para este trabalho: *Letramento estatístico por meio de sequências didáticas no ensino médio de uma escola pública no sul do Amazonas*, de Maria do Rosário de Souza (2020) e *Letramento estatístico: compreensão gráfica por meio de sequências didáticas interdisciplinares*, de Emivan da Costa Maia (2021). Ambas selecionadas pela contribuição junto ao referencial metodológico da engenharia didática (ARTIGUE *et al.*, 1995), o qual é utilizado na dissertação da qual este artigo de revisão de literatura é parte integrante.

ABSTRAÇÃO REFLEXIONANTE, MATERIAL DOURADO E TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

Como resultado dos esforços anteriormente descritos, são compilados a seguir, no Quadro 1, os conteúdos encontrados nesta revisão de literatura.

Quadro 1 — Teses, dissertações e artigos selecionados durante o período de 2016 a 2022

Autores e ano de publicação	Título do trabalho	Base de dados, universidade, unidade federativa e país	Conteúdos considerados destaque na revisão de literatura
1. Ventura e Laudares (2016)	<i>Ressignificação dos produtos notáveis utilizando material concreto</i>	Portal de Periódicos da CAPES, Revista Abakós, Pontifícia Universidade Católica de Minas, Minas Gerais, Brasil.	Material concreto (LORENZATO, 2010), (NACARATO, 2005), (FIORENTINI; MIORIM, 1990), (MATOS; SERRAZINA, 1996).
2. Assunção e Nascimento (2019)	<i>Inventario de estilos de aprendizaje de David Kolb y los profesores de ciencias y matemáticas: diálogo sobre el método de enseñanza</i>	Portal de Periódicos da CAPES, Revista Gondola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias (revista ligada à Universidade Distrital Francisco José de Caldas, da cidade de Bogotá (Colômbia).	Teoria das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 2008). Teoria da Aprendizagem Experiencial com Piaget, entre outros. O inventário de estilos de aprendizagem de David Kolb (1984).
3. Bianchini e Machado (2019)	<i>A engenharia didática em pesquisas publicadas nos últimos dez anos da revista Educação Matemática Pesquisa</i>	Portal de Periódicos da CAPES, Revista Educação Matemática Pesquisa (revista ligada à Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Brasil).	Engenharia didática (ARTIGUE <i>et al.</i> , 1995). Abstração reflexionante (PIAGET, 1995).
4. Thomé, Duro e Andrade (2020)	<i>História da análise matemática e desenvolvimento cognitivo</i>	Portal de Periódicos da CAPES, Revista Bolema (revista ligada à Universidade de São Paulo, campi Rio Claro, estado de São Paulo, Brasil).	Abstração reflexionante (PIAGET, 1995). Epistemologia Genética (PIAGET; GARCIA, 2011).
5. Silva, Gomes, Marinho e Abreu (2021)	<i>A experimentação como recurso didático no estudo de</i>	Portal de Periódicos da CAPES, Revista Eletrônica de	Uso do material concreto na experimentação (LORENZATO,

	<i>proporcionalidade entre grandezas</i>	Matemática (REMAT — Revista com sede na cidade de Bento Gonçalves, estado do Rio Grande do Sul, Brasil).	2010). Engenharia didática (ARTIGUE <i>et al.</i> , 1995).
6. Caetano (2016)	<i>O aprendizado da matemática no ensino fundamental: um estudo com a turma do 2º ano (Dissertação)</i>	BDTD, Universidade Estadual de Londrina, Paraná, Brasil.	Psicologia Histórico-Cultural (LURIA, 1967) uma contraposição à Epistemologia Genética (PIAGET, 2011)
7. Fizzon (2018)	<i>O uso de jogos e material concreto no ensino de geometria espacial (Dissertação)</i>	BDTD, Universidade Federal de São Carlos, São Paulo, Brasil.	Engenharia didática (ARTIGUE <i>et al.</i> , 1995).
8. Lisboa (2019)	<i>Uma engenharia didática para aprendizagem de geometria analítica no ensino médio (Tese)</i>	BDTD, Universidade de Brasília, Distrito Federal, Brasil.	Teoria das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 2008). Engenharia didática (ARTIGUE <i>et al.</i> , 1995).
9. Doval (2019)	<i>Desenvolvimento e aplicação de uma sequência didática com foco nas relações matemáticas que englobam leis físicas (Dissertação)</i>	BDTD, Universidade Federal de Juiz de Fora, Minas Gerais, Brasil.	Uso do material concreto. Uso de aparatos tecnológicos gratuitos.
10. Fischer (2020)	<i>Investigando o ensino e a aprendizagem de multiplicação de frações: um estudo com alunos do 6º ano (Dissertação)</i>	BDTD, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul, Brasil.	Teoria dos Campos Conceituais de Vernaud (1990), professor como mediador essencial, esquemas de pensar adição, subtração, multiplicação e divisão.
11. Souza (2020)	<i>Letramento estatístico por meio de sequências didáticas no ensino médio de uma escola pública no sul do Amazonas (Dissertação)</i>	PPGECH, Universidade Federal do Amazonas, Amazonas, Brasil.	Teoria das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 2008). Engenharia didática (ARTIGUE <i>et al.</i> , 1995).
12. Maia (2021)	<i>Letramento estatístico: compreensão gráfica por meio de sequências didáticas interdisciplinares (Dissertação)</i>	PPGECH, Universidade Federal do Amazonas, Amazonas, Brasil.	Teoria das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 2008). Engenharia didática (ARTIGUE <i>et al.</i> , 1995).

Fonte: Elaboração dos autores

Nas alíneas a seguir, serão abordados pontos de destaque ligados aos conceitos considerados principais desta revisão de literatura, os quais também serão relacionados às leis da dialética.

a) A abstração reflexionante e a Epistemologia Genética

Thomé, Duro e Andrade (2020), no referido artigo, propõem a discussão a respeito de vários conceitos que compõem a Epistemologia Genética e utilizam-nos para analisar o desenvolvimento do pensamento matemático ao longo do tempo. Essa proposição ratifica a primeira lei da dialética, que é a ação recíproca, visto que caracteriza a ação mútua entre si: do presente, do passado e do futuro. No entanto, a proposta daquele artigo volta-se ao ensino superior na temática da Análise Real, o que se distancia da presente pesquisa, que tem por público-alvo crianças do 5º ano do ensino fundamental. Contudo, os conceitos de abstração simples ou empírica, abstração reflexionante (PIAGET, 1995), abstração refletida, consciência, conscientização, estágios de desenvolvimento e estrutura cognitiva oferecem subsídio para o desenvolvimento da análise da presente pesquisa.

A dissertação de Fischer (2020) traz Vergnaud, psicólogo orientado por Piaget, o qual afirma que o aprendizado das crianças, e de qualquer ser humano, passa pela adaptação às situações que lhes são apresentadas (CURSO..., 2017). Esse elemento ratifica a Teoria das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 2008), que também evoca a adaptação e a assimilação como pontos piagetianos de desenvolvimento do conhecimento, caracterizando, ainda, a terceira lei da dialética, que é a passagem da quantidade para a qualidade (LAKATOS; MARCONI, 2021), porque aponta para a necessidade do estímulo à qualidade da reflexão que será proposta aos estudantes muito além de cópias e quantidades de exercícios.

A Teoria dos Campos Conceituais elaborada por Vergnaud (1990) traz ainda um outro aspecto muito útil para a presente pesquisa, o de que as crianças possuem esquemas para a realização das operações e, muitas vezes, esses esquemas não são conscientemente manifestados pelas crianças, cabendo aos interessados observar comportamentos e dialogar com elas para entender e materializar esse esquema de pensar, podendo, assim, ser devidamente inferido. A postura dos estudantes, segundo a teoria de Vergnaud, é a também propositura para reflexão a respeito da mudança dialética (LAKATOS; MARCONI, 2021), pois estimular as crianças a questionar seus esquemas e a perceber outras formas de pensar faz com que elas cresçam em discernimento; além disso, a aceitação de um novo esquema de pensar é a negação do esquema anterior.

Esse aspecto leva à reflexão a respeito do papel do professor e relaciona-se a esta pesquisa, que objetiva o estudo do uso do material concreto com foco na abstração reflexionante (PIAGET, 1995) e mediado pela Teoria das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 2008): esse

“mediado” não é feito por máquinas. O papel do professor então é esse, um papel que deve ser qualificado, e Vergnaud aponta os elementos que compõem essa qualificação. Mais uma vez, a proposição é de ratificar a terceira lei da dialética, passagem da quantidade para qualidade, já citada anteriormente (LAKATOS; MARCONI, 2021), isso porque não basta propor trabalhos “padronizados” para a comunidade de estudantes, é preciso considerar que cada indivíduo transita em sua condição ímpar de desenvolvimento e precisa ser conduzido e mediado em suas perspectivas de entendimento do conteúdo proposto, o que, em última análise, é uma proposição qualitativa de acompanhamento.

O primeiro elemento, que é a escolha das situações, está intimamente relacionado à dinâmica desta pesquisa e da mesma atividade do professor, que precisa buscar a melhor seleção com intencionalidade pedagógica, procurando os objetivos propostos voltados aos estudantes que lhe estão sob temporária tutoria intelectual.

O segundo elemento é a representação simbólica. Através dela, o estudante pode manifestar o seu entendimento a respeito do que está em estudo. Com isso, materializa seu pensamento e, desse modo, é passível de avaliação, entendimento e inferência pelo professor: possibilitando novas ações a partir da interpretação do que se apresenta.

O papel do professor também caracteriza a terceira lei do método dialético, passagem da quantidade para a qualidade (LAKATOS; MARCONI, 2021), porque a quantidade de horas utilizada pelo professor não garante a qualidade da abstração do estudante: o que é um elemento desafiador e estimulante.

Fischer (2020, p. 26) traz ainda a reflexão em torno dos esquemas de pensar para a operação de adição, assim como para a de multiplicação, destacando que a segunda é mais complexa do que a primeira, pois a adição examina relações de elementos de mesma natureza: exemplo “soma de abacates”, tendo por contrária a subtração. Já a multiplicação estuda a relação entre grandezas diferentes entre si em quatro níveis distintos de abordagem, inclusive envolvendo a sua contrapartida, que é a divisão. Essa contribuição teórica ilumina a presente pesquisa possibilitando fazer uso desse conteúdo na experimentação de um ou de outro conceito. A proposta de Fischer, citada anteriormente, caracteriza a interpretação dos contrários (LAKATOS; MARCONI, 2021), quarta lei da dialética, visto que, nas dicotomias adição *versus* subtração e multiplicação *versus* divisão, é viabilizada a aprendizagem com a inteligência, por parte dos estudantes, dos esquemas dessas operações matemáticas.

Bianchini e Machado (2019) ainda oferecem para esta pesquisa, juntamente ao artigo de Silva, Barone e Basso (2016), que aborda a “abstração reflexionante” (PIAGET, 1995), fato que tem sido raro, constatado nessa experiência de revisão de literatura. O artigo é recorte de uma tese e trouxe a proposta de estudo utilizando “(...) a modelagem matemática por meio das Cadeias de Markov (...)” (Silvia, Barone e Basso, 2016, p. 434) e o uso de tecnologias digitais; além disso, ratificou conceitos da “Epistemologia Genética” (PIAGET, 1977), da importância da mediação do professor em relação aos estudantes “(...) sobre os objetos, sejam materiais, sejam mentais (...)” (Silvia, Barone e Basso, 2016, p. 432), estimulando: a “abstração empírica; a abstração reflexionante com os elementos de reflexionamento e reflexão” (PIAGET, 1995).

Com isso, existe a constatação de que a teoria dá conta de explicar o avanço do desenvolvimento cognitivo humano em seus diversos aspectos do desenvolvimento conforme é desafiada a fazê-lo a partir da materialidade dos objetos, num crescente de complexidade. Conceitos esses que estão intimamente relacionados à proposta desta pesquisa e que tornam cada vez mais firme o propósito de seguir por esse viés teórico-conceitual. Dentro de uma perspectiva de segunda lei da dialética (LAKATOS; MARCONI, 2021), a primeira negação é a da aula expositiva, a ser eliminada da crença do professor, que acredita que “dar aula” é o foco da atividade docente. A segunda negação é da crença de que basta usar material concreto para promover o desenvolvimento da abstração reflexionante. É nesse viés que nasce a percepção de que a aula e o material concreto são recursos que contribuem para o desenvolvimento do que é essencial no ser humano, conforme Piaget (1995), que é a capacidade de abstrair por reflexão ou reflexionamento a partir de interações com experiências e da concretude do que cerca o indivíduo.

Os elementos trazidos por Caetano (2016), a “função da palavra na constituição humana” (LURIA, 1967, p. 17) e na “formação de conceitos”, assim como as reflexões feitas por aquela pesquisadora, como a análise de cada estudante envolvido nas observações das práticas da docente responsável quanto ao ensino da matemática, também a estratificação em grupos desses mesmos estudantes quanto à sua participação, com destaque para suas características, obtidas na observação e pautadas nos pressupostos teóricos, além de tópicos de *modus operandi* que trouxeram o descortinar de possibilidade de serem feitos os mesmos moldes para compor as afirmativas em relação ao uso do material concreto com foco na abstração reflexionante (PIAGET, 1995), fazem enxergar o denominador comum da psicologia

da cognição como elemento de apoio a ser considerado como ponto de reflexão na condição de análise desta pesquisa.

Um exemplo dessa possibilidade está no que Caetano (2016, p. 71) afirma: “[...] os alunos acabam esperando o professor fazer a resposta na lousa e apenas copiam [...]”; é o que Piaget (1995) chama de abstração empírica. Ou seja, não há a apropriação do saber a partir do seu entendimento da realidade, mas somente a reprodução do que foi posto como verdade. Assim, foi surpreendente perceber que, mesmo partindo de pontos diferentes, as duas teorias fazem afirmações congruentes quando se trata da apropriação dos bens culturais pela criança. E isso também nos leva a conjecturar a respeito da quarta lei da dialética (LAKATOS; MARCONI, 2021) especialmente em relação à unidade dos contrários, em que o biológico e o social são partes integrantes do mesmo todo.

b) O material concreto e, na sua especificidade, o material dourado

A proposição dos autores Silva *et al.* (2021, p. 6) quanto ao uso do material concreto foi mais um elemento que contrastou com a presente pesquisa, pois os experimentos propostos usaram a sua manipulação e sua observação, como: a massa da areia, o volume de água, os dispositivos criados pelos autores e o uso de outros sólidos. O artigo exemplifica brilhantemente como a simplicidade de experimentos na observação e na manipulação de materiais concretos, que, conforme proposto por Lorenzato (2010, p.72), “a experimentação é o melhor modo para se conseguir a aprendizagem com significado”, e pode instigar os estudantes a exercitarem sua humanidade na plenitude de sua potencialidade cognitiva, sendo surpreendentes os resultados. Essa mudança caracteriza a terceira lei da dialética, “passagem da quantidade à qualidade” (LAKATOS; MARCONI, 2021), pois o uso apenas do material concreto não garante que abstrações acontecerão, mas, na propositura do contexto intencional pedagógico, a reunião de elementos concretos e procedimentos que visem ao estímulo terminam por culminar no incentivo e na descoberta dos estudantes em resultados qualitativos diversos.

Doval (2019) propôs, na Aula 3, a criação de uma unidade de medida própria com medições feitas com ela pelos estudantes e a conversão para metro. Um elemento que aproxima o estudante do conteúdo e faz uma reprodução do movimento histórico de medidas que, ainda hoje, permanecem em uso. Esse elemento é destaque para esta pesquisa, pois, num contexto de abstração reflexionante (PIAGET, 1995), o estudante parte do concreto para correlações mais rebuscadas e complexas. Nesse aspecto, o exercício proposto Doval (2019) exemplifica essa estratégia de desenvolvimento cognitivo da inteligência, caracterizando também a segunda lei

da dialética, “tudo se transforma” (LAKATOS; MARCONI, 2021), porque é possível propor aos estudantes uma reflexão na trajetória histórica da humanidade, pois as medidas atuais nasceram de experiências a partir de medidas utilizadas em microssociedades que foram mudando com o tempo e sendo incorporadas à realidade mais geral da sociedade.

No artigo de Ventura e Laudares (2016), a ênfase foi no material concreto com referencial teórico ampliado em Lorenzato (2010), Nacarato (2005), assim como nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de matemática (BRASIL, 1998). O material concreto não garante a ocorrência das abstrações, no entanto viabiliza a possibilidade da passagem da quantidade para a qualidade, uma vez que os estudantes perceberão que determinadas quantidades compõem grupos qualitativos dentro do sistema de numeração decimal que serão utilizados por eles ao longo de toda a sua existência física, tanto agora como estudantes quanto mais tarde como pais e cidadãos plenos de direito.

c) A Teoria das Situações Didáticas e a engenharia didática

A dissertação de Maia (2021) destacou as estratégias e os possíveis erros dos estudantes em uma análise *a priori*. Ela ratificou uma série de conhecimentos já percorridos nesta revisão de literatura quanto à engenharia didática (ARTIGUE *et al.*, 1995) e à Teoria das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 2008). No entanto, Maia (2021) traz para a discussão as obras de Brousseau (1983) e Almouloud (2007) para fundamentar suas afirmações: o que enriqueceu as proposições.

No artigo de Silva *et al.* (2021), o destaque é para a experimentação que chamou mais a atenção, porque o método da engenharia didática traz essa autodenominação de método experimental. E, para deixar devidamente esclarecido, a presente pesquisa utilizará tal metodologia na condução dos procedimentos de investigação. Embora o artigo de Silva *et al.* (2021) não faça referência à engenharia didática proposta por Artigue *et al.* (1995), ele ratifica a experimentação quando destaca que a “A ação de experimentar é intrínseca da natureza humana, por esse motivo, por exemplo, crianças pequenas se expõem ao perigo ao colocarem o dedo na tomada, jovens experimentam a fim de descobrirem seus limites e adultos ao testarem uma receita culinária” (SILVA *et al.*, 2021, p. 4). O argumento aproxima a experimentação do processo de ensino-aprendizagem e humaniza sua prática. Essa afirmativa confirma a primeira lei da dialética, “tudo se relaciona” (LAKATOS; MARCONI, 2021), porque, ao realizar a experimentação, a criança, o jovem ou o adulto humanizam a busca pelo conhecimento através da aprendizagem por submeterem-se à experiência que lhes alça a universos não conhecidos,

fazendo-os aprender. Assim, uma experiência inicial se relaciona com a aprendizagem final, levando à reflexão de que tudo, de fato, se relaciona e carece de ser percebido como recurso no processo de ensino-aprendizagem.

Souza (2020, p. 43) faz destaque, dentro da Teoria das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 2008), à situação adidática, na qual o estudante deve se deparar com o desafio proposto sem nenhuma imposição institucional ou de cunho planejado pelo professor. O adendo é mais um elemento que aponta para uma boa construção na sequência didática, já que o problema embutido nela deve ser capaz de estimular os estudantes a envolverem-se na resolução, assumindo para si a busca pela resolução da problemática independentemente de exigências didáticas, assim como, no transcorrer das atividades, a interação entre os estudantes com suas falas entre si caracterizam, de modo principal, essa situação adidática e fomentam, num e noutro sentido, a aprendizagem. Essa interação caracteriza a instabilidade dos fenômenos da natureza conforme pressupõe a primeira lei da dialética (LAKATOS; MARCONI, 2021), ação recíproca. Por isso, é importante a análise de tal fenômeno ser feita considerando os diversos contextos a ele relacionados.

No estudo inicial realizado por Souza (2020, p. 49), foi identificado um modo de serem obtidas as variáveis didáticas a serem exploradas durante a experimentação. Esse estudo, proposto em comunhão com a presença dos estudantes, foi considerado por esses pesquisadores uma estratégia de aproximação muito inteligente e rica em matizes, porque advém da fonte, a qual pode ser utilizada da mesma forma nesta pesquisa por seu turno. Desse modo, quando aquele pesquisador abre espaço para identificar tais variáveis, nega a condição de isolamento do ato de pensar, nega que basta participar fisicamente e propõe como necessário considerar vários elementos relacionados. Esse movimento caracteriza a mudança dialética, segunda lei da dialética (LAKATOS; MARCONI, 2021).

O modo como foi realizada a formulação e a institucionalização por Souza (2020) também foi inspirador, já que oportunizou aos estudantes apresentarem suas estratégias para os demais grupos e para a pesquisadora, em particular: foi a materialização da teoria de Brousseau (2008) em sua teoria, verdadeira inspiração. Além disso, na análise *a priori* realizada por Souza (2020), as vertentes de estratégias e erros que poderiam vir a ser utilizadas pelos estudantes foram devidamente mapeadas, caracterizando a “passagem da quantidade para a qualidade”, conforme Lakatos e Marconi (2021), em que as falas dos estudantes destacam aspectos que irão esclarecer o melhor caminho a ser percorrido para o estímulo à abstração reflexionante.

A contribuição de Lisboa (2019) a respeito da engenharia didática (ARTIGUE *et al.*, 1995) como metodologia de pesquisa ratificou as leituras já realizadas e ampliou o repertório de conhecimento, trazendo outro texto da autora de referência: Michèlle Artigue (1996). Também incluiu, no âmbito de diálogo a respeito dessa metodologia, autores como Almouloud (2019), Machado (2016), Brum e Schuhmacher (2013).

A dissertação de Fizzon (2018) traz eco na engenharia didática (ARTIGUE *et al.*, 1995) como metodologia de pesquisa, assim como aborda o uso de material concreto na forma de jogos didáticos, como estratégia metodológica para aprendizagem, demonstrando sua eficácia junto a jovens do ensino médio: o que permite inferir quanto à sua pertinência e à adequação quando se trata de crianças do 5º ano do ensino fundamental. Numa análise dialética, considerando a terceira lei (LAKATOS; MARCONI, 2021): os contrários, abstrato e concreto, contribuem eficazmente para a situação de aprendizagem de jovens, o que também é levado em consideração para crianças. Assim, essa dicotomia deve ser considerada por professores responsáveis em conduzir tais processos. Em outras palavras, significa dizer que somente escrever num quadro, passar e resolver exercícios ou realizar outras atividades nesse sentido não contribui de modo seguro para o processo de ensino-aprendizagem conforme indicam as pesquisas realizadas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente revisão de literatura nasceu focada na pesquisa de dissertação em andamento e caminhou, na maior parte de tempo, investindo no material concreto como elemento disparador da busca acadêmica, mas, já no último mês de sua realização, optou-se pelo uso específico do material dourado dentro do universo do material concreto. Essa mudança deve ser aprofundada com o andamento da pesquisa. No entanto, ficou claro, devido às pesquisas realizadas nesta revisão de literatura, que o uso do material dourado tem sido mais focado na educação especial. Nessa perspectiva, a presente pesquisa contribuirá para ampliar o repertório de uso do material dourado como recurso didático no ensino da matemática, aliado aos demais elementos já fartamente abordados anteriormente — abstração reflexionante e Teoria das Situações Didáticas — e especialmente na Amazônia, cujos trabalhos não foram detectados por esta revisão de literatura, presentes senão nas regiões Sul e Sudeste com maior frequência prevalente.

AGRADECIMENTOS

Nossos agradecimentos à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), porque, sem o seu apoio, seria impossível chegar até aqui. Também agradecemos à Universidade Federal do Amazonas (UFAM), que, desde a graduação, contribui para nossa formação científica. E ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Humanidades (PPGECH), que nos acolhe na empreitada de pesquisa.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. A. Diálogos da didática da matemática com outras tendências da educação matemática. **Caminhos da Educação Matemática em Revista / Online**, [s. l.], v. 9, n. 1, 2019. Disponível em:

https://aplicacoes.ifs.edu.br/periodicos/caminhos_da_educacao_matematica/article/view/301/206. Acesso em: 15 out. 2022.

ALMOULOUD, S. A. Fundamentos norteadores das pesquisas em didática da matemática *In*: ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: UFPR, 2007. p. 21-29.

ARTIGUE, M. Engenharia didáctica. *In*: BRUN, J. (org.). **Didáctica das matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 193-217.

ARTIGUE, M. *et al.* (org.). **Ingeniería didáctica em educación matemática**. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica, 1995.

ASSUNÇÃO, T. V. de; NASCIMENTO, R. R. do. Inventário de estilos de aprendizagem de David Kolb y los profesores de ciencias y matemáticas. **Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias**, Bogotá (Colômbia), v. 14, n. 1, p. 14-34, jan/jun. 2019. Disponível em: <https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/GDLA/article/view/12942>. Acesso em: 8 set. 2021.

BIANCHINI, B. L.; MACHADO, S. D. A. A engenharia didática em pesquisas publicadas nos últimos dez anos da revista Educação Matemática Pesquisa. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 21, n. 5, p. 618-635, 2019. Disponível em: <https://www.proquest.com/openview/a564ed9454f0ae1c5e2fff25707a829b/1?pq-origsite=gscholar&cbl=2030922>. Acesso em: 10 set. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 25 abr. 2021.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília, DF: MEC/SEF, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 23 nov. 2021.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das situações didáticas**: conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.

BROUSSEAU, G. Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *In*: VANHAMME, W.; VANHAMME, J. (ed.). La problématique et l'enseignement de la mathématique. RENCONTRE ORGANISÉE PAR LA COMMISSION INTERNATIONALE

POUR L'ETUDE ET L'AMÉLIORATION DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES, 28., 1976, Louvain-la-neuve. **Anais eletrônicos** [...]. Louvain-la-neuve: [s. n.], 1976. p. 101-117. Disponível em: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00516569v2>. Acesso em: 4 dez. 2021.

BRUM, W. P.; SCHUHMACHER, E. A engenharia didática como campo metodológico para o planejamento de aula de matemática. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, [s. l.], v. 6, n. 2, p. 60-84, 2013. Disponível em: <https://revista.pgsskroton.com/index.php/jieem/article/view/93>. Acesso em: 25 nov. 2021.

CAETANO, F. A. **O aprendizado da matemática no ensino fundamental**. 2016. Dissertação (Mestrado em Educação) — Centro de Educação, Comunicação e Artes, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016. Disponível em: <http://www.bibliotecadigital.uel.br/document/?code=vtls000210540>. Acesso em: 6 nov. 2021.

CURSO EAE — Prof. Dr. Gérard Vergnaud — Aula 1 — O ensino de matemática. [S. l.: s. n.], 2017. 1 vídeo (125 min). Publicado pelo canal Educação Matemática. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=vU31uTXe9TU>. Acesso em: 18 set. 2022.

DOVAL, J. P. M. **Desenvolvimento e aplicação de uma sequência didática com foco nas relações matemáticas que englobam leis físicas**. 2019. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física) — Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2019. Disponível em: https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UFJF_65803d2cd57854d4861492f0d25d32ab. Acesso em: 6 nov. 2021.

FISCHER, D. dos S. O. **Investigando o ensino e a aprendizagem de multiplicação de frações**. 2020. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) — Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2020. Disponível em: http://bdtd.ibict.br/vufind/Record/URGS_0b21b25ac8b9d5d5d9c95be079988d04. Acesso em: 7 nov. 2021.

FIZZON, L. M. **O uso de jogos e material concreto no ensino de geometria espacial fundamental**. 2018. Dissertação (Mestrado em Matemática) — Programa de Mestrado Profissional em Matemática Rede Nacional, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2018. Disponível em: <https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/10201>. Acesso em: 5 nov. 2021.

KOLB, D. A. **Aprendizagem experimental** (tradução nossa). Hoboken: Prentice-Hall, 1984.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. de A. Resenha crítica. In: LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. de A. **Fundamentos de metodologia científica**. São Paulo: Editora Atlas, 2021. pp.96-101.

LISBOA, A. **Uma engenharia didática para aprendizagem de geometria analítica no ensino médio**. 2019. Tese (Doutorado em Educação) — Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2019. Disponível em: <https://repositorio.unb.br/handle/10482/36023>. Acesso em: 5 nov. 2021.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2010.

LURIA, A. R. A palavra e o conceito. In: LURIA, A. R. **Curso de psicologia geral: linguagem e pensamento**. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1967. 4 v. p.17-51.

MACHADO, S. D. A. Engenharia didática. In: MACHADO, S. D. A. (org.). **Educação matemática**: uma (nova) introdução. São Paulo: EDUC, 2016. p. 233-248.

MAIA, E. da C. **Letramento estatístico**: compreensão gráfica por meio de sequências didáticas interdisciplinares. 2021. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Humanidades) — Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Humanidades, Universidade Federal do Amazonas, Manaus, 2021. Disponível em: <https://tede.ufam.edu.br/handle/tede/8160>. Acesso em: 2 dez. 2021.

MATOS, J. M.; SERRAZINA, L. **Didática da matemática**. Lisboa: Universidade Aberta, 1996.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista da Educação Matemática**, [s. l.], v. 9, n. 1, 2005. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/6253402/mod_resource/content/1/Nacarato_eu%20trabalho%20primeiro%20no%20concreto.pdf. Acesso em: 15 out. 2022.

NUNES, A. M.; HLENKA, V. Dificuldade na aprendizagem e metodologias no ensino da matemática. **Revista Eletrônica Científica Inovação e Tecnologia**, Medianeira, v. 8, n. 17, 2017. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/recit/article/view/e-4975/pdf>. Acesso em: 23 set. 2021.

ORGANIZATION FOR ECONOMY COOPERATION AND DEVELOPMENT. **Pisa 2018 Results**: What Students Know and Can Do. Paris: OECD Publishing, 2019. 1 v. Disponível em: https://read.oecd-ilibrary.org/education/pisa-2018-results-volume-i_5f07c754-en#page19. Acesso em: 21 set. 2021.

PIAGET, J. **A tomada de consciência**. São Paulo: Melhoramentos, 1977.

PIAGET, J. **Abstração reflexionante**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

PIAGET, J.; GARCIA, R. **Psicogênese e a história das ciências**. Petrópolis: Vozes, 2011. (Coleção Textos Fundantes de Educação).

SILVA, L. R. M. da *et al.* A experimentação como recurso didático no estudo de proporcionalidade entre grandezas. **Revista Eletrônica da Matemática**, Bento Gonçalves, RS, v. 7, n. 2, 2021. Disponível em: <https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/REMAT/article/view/5085/2988>. Acesso em: 5 nov. 2021.

SILVA, R. S. da; BARONE, D. A. C.; BASSO, M. V. de A. Modelagem matemática e tecnologias digitais: uma aprendizagem baseada na ação. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 18, n. 1, p. 421-446, 2016. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/24996>. Acesso em: 20 nov. 2021.

SOUZA, M. do R. de. **Letramento estatístico por meio de sequências didáticas no ensino médio de uma escola pública no sul do Amazonas**. 2020. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Humanidades) — Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Humanidades, Universidade Federal do Amazonas, Manaus, 2020. Disponível em: <https://tede.ufam.edu.br/handle/tede/7849>. Acesso em: 29 nov. 2021.

THOMÉ, V. W.; DURO, M. L.; ANDRADE, C. L. História da análise matemática e desenvolvimento cognitivo. **Bolema**, Rio Claro, v. 34, n. 67, 2020. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/fQ6fjH3nBBf89WhWsbMDjgQ/?lang=pt>. Acesso em: 10 set. 2021.

UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. **Modalidades de pesquisas científicas.** Porto Alegre : UFRGS, 2009. Disponível em: < [MET.PESQUISA.indd \(ufrgs.br\)](#) > Acesso em: 30. jun. 2021.

VENTURA, A. R.; LAUDARES, J. B. Ressignificação dos produtos notáveis utilizando material concreto. **Abakós**, Belo Horizonte, v. 5, n. 1, p. 34-47, 2016. Disponível em: <https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/GDLA/article/view/12942>. Acesso em: 6. set. 2021.

VERGNAUD, G. La Teoria de Los Campos Conceptuales. *Recherches em Didáctique des Mathématiques*, v.10, n.2, a.3, p. 133-170, 1990. Disponível em: <https://www.ecosad.org/laboratorio-virtual/phocadownloadpap/CONSTRUC-EPISTEM-CUALITA/teoria-de-campos-conceptuales-vergnaud-1990.pdf> Acesso em: 27 out. 2022.

Recebido: 20/9/2022. Aceito: 7/12/2022.

Autores:

Heric Frankles Batista Soares

Mestrando do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Humanidades da Universidade Federal do Amazonas. Pedagogo pela Universidade Federal do Amazonas. E, Tecnólogo em Gestão da Qualidade pela ULBRA.

E-mail: heric.fbs@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0987-2855>

Currículo Lattes: <http://lattes.cnpq.br/0000369187228912>

Elizabeth Tavares Pimentel

Professora adjunta do Magistério Superior da Universidade Federal do Amazonas, pertence ao colegiado do curso de Graduação em Ciências: Matemática e Física do Instituto de Educação, Agricultura e Ambiente (IEAA/UFAM). É professora permanente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Humanidades (PPGECH).

E-mail: elizabethpimentel@ufam.edu.br

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2615-2956>

Currículo Lattes: <http://lattes.cnpq.br/8948618145123019>